

■ چکیده

فناوری موتورهای هوایی با شتاب روزافزون به سمت گسترش مرزها و درنوردیدن محدودیتها در جهت رسیدن به موتوری با بازده بالاتر، وزن، حجم و هزینه کمتر در حال حرکت است. نیاز به وزن کم همراه با کار در سرعت‌های دورانی و دماهای بالا و وجود گرادیان حرارتی شدید، محدودیت‌های سختی به طراحی توربوماشین‌ها تحمیل کرده است که به شکل منحصربه‌فردی طراحی سازه روتور را با مشکل روبه‌رو ساخته است. کاهش وزن روتور نه تنها نسبت نیروی پیشران به وزن کل را افزایش می‌دهد بلکه در وزن و عملکرد سایر اجزای سازه‌ای موتور، کاهش مصرف سوخت، هزینه‌های ساخت و نگهداری نیز موثر است. طراحی بهینه‌سازه روتور نقش حیاتی در عملکرد موتور دارد؛ زیرا این اجزاء نزدیک ۳۰ درصد وزن کل موتور را تشکیل می‌دهند. هدف این تحقیق بهینه‌سازی وزن دیسک ردیف دوم توربین موتور توربوجت J85-21-GE است. ابتدا تابع هزینه جرم دیسک به همراه قیود فرمول‌بندی شده، سپس از یک الگوریتم ترکیبی بر مبنای الگوریتم رقابتی ترتیبی و روش شبه نیوتن برای بهینه‌سازی استفاده می‌گردد. با این روش جرم دیسک بهینه شده ۳/۰۰۲۸ کیلوگرم محاسبه شد که حدود ۱۷/۸٪ کاهش را نشان می‌دهد. به منظور درک بهتر روش بهینه‌سازی، تاریخچه تابع هدف، نقض قید و قیود تنش نیز مورد ارزیابی قرار گرفته و منحنی‌های تنش و جابه‌جایی شعاعی در داخل دیسک ترسیم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که با الگوریتم مورد استفاده می‌توان تا مقدار قابل قبولی وزن دیسک را کاهش داد. روش ارائه شده برای کاهش فضای جستجو به شدت بر سرعت همگرایی می‌افزاید.

■ واژه‌های کلیدی: موتور J85-21-GE؛ توربین؛ دیسک؛ سازه؛ بهینه‌سازی.

■ Abstract

The technology of aircraft engines is being developed to cover restrictions and yield higher efficiency as well as lower weight, volume and cost. The needs of low weight besides working on high rotating velocities, high temperature and temperature gradient have limited the design of such engine as well as its rotor. Reducing the weight of rotors increases the thrust to weight ratio as well as the performance of the other engine structural elements. It also decreases the fuel consumption and costs for manufacturing and maintenance. Optimization of rotor's parts have a vital influence on the performance of the motor because the weight of rotor's parts is about 30% of the total weight of motor. The goal of the present study is to optimize the weight of the second stage's disk of J85-21-GE turbojet engine's turbine. To do so, first the cost function and constraints are formulated. Then an algorithm based on both line up competition algorithm and quasi-newton method is used to solve the constrained optimization problem. The resulted weight is about 3.0028 Kg which shows a reduction about 17.8%. For better understanding, the history of the cost function, constraint violation and stress constraint are assessed. Also, the stress and radial displacement curves are depicted along the disk's radius. The results show that the algorithm has a good convergence rate and is able to reduce the weight of the disk rapidly.

■ Keywords: J85-21-GE engine; Turbine; Disk; Structure; Optimization.

بهینه‌سازی سازه

دیسک ردیف دوم

توربین موتور توربین گاز

هوایی GE-21-J85

بهرروز شهریاری^۱

محمد رضا کارآموز^۲

شهرام یوسفی^۳

مهدی تاجداری^۴

۱- دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا

۲- دانشجوی دکترا، دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مکانیک

۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا

۴- استاد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک

دانشکده مکانیک

Optimization of the Second Stage Disk's Structure for the Turbine of J85-21-GE Aero Gas Turbine Engine

Shahriari B.

Karamooz M. R.

Yousefi S.

Tajdari M.

1 Shahriari@mut-es.ac.ir

2 M.karamoozravari@me.iut.ac.ir

3 Yousefi100@mut-es.ac.ir

4 M.tajdari@srbiau.ac.ir

* Corresponding Author

۱- مقدمه

سیرگ^۲ و سورانا^۳ [۴]، به‌منظور محاسبه تنش‌های محیطی و شعاعی در داخل دیسک غیر همگن دوار که در سرعت‌های بالا دوران می‌کند آن را به چندین دیسک تقسیم نموده و با بیان روابط تعادل برای هر دیسک که ضخامتی ثابت دارد مقادیر تنش را محاسبه نمودند. آن‌ها سپس با در نظر گرفتن مسائل بهینه‌سازی مختلف به حل بهینه دیسک مبادرت ورزیدند. مسایلی که توسط آن‌ها بررسی شد عبارت‌اند از: کمینه کردن بیش‌ترین تنش مماسی، کمینه کردن میانگین تنش‌های مماسی، کمینه کردن بیش‌ترین تنش معادل، کمینه کردن بیش‌ترین تنش برشی، کمینه کردن اختلاف بین بیش‌ترین و کمترین تنش مماسی و کمینه کردن ترکیب وزنی حجم دیسک، بیش‌ترین تنش مماسی و تنش مماسی میانگین. آن‌ها در حل خود اثرات گرادیان حرارتی را در نظر نگرفتند. به‌ویکاتی^۴ و راماکریشنان^۵ [۵]، از یک روش برنامه‌ریزی غیرخطی به‌منظور بهینه‌سازی پروفیل هندسه دیسک‌های دوار استفاده کردند. آن‌ها فرض کردند که پروفیل هندسه دیسک از یک تابع چندجمله‌ای از مرتبه پنج تبعیت کند، سپس با فرض اختلاف بیش‌ترین و کمترین تنش محیطی به‌عنوان تابع هدف ضرایب این چندجمله‌ای را در جهت کاهش این تابع هدف به دست آوردند. آن‌ها همچنین از تحلیل‌های اجزای محدود جهت محاسبه تنش در داخل پروفیل استفاده کردند. رای^۶ و سینها^۶ [۶]، ابتدا یک دیسک دوار ضخامت متغیر را به چندین حلقه تقسیم نموده، سپس با تعریف دو تابع هزینه به بهینه‌سازی آن پرداختند. آن‌ها در گام اول از اختلاف بین بیشینه و کمینه مقدار تنش مماسی به‌عنوان تابع هزینه استفاده کردند و در گام بعد بیشینه مقدار تنش مماسی را به‌عنوان تابع هزینه در نظر گرفتند. در هر دو حالت هدف آن یافتن یک مقدار حداقلی برای توابع هزینه بود. لوچی^۸ و همکارانش [۷]، برای کمینه کردن وزن دیسک توربین گازی از یک الگوریتم بهینه‌سازی بر مبنای روش مختلط^۹ استفاده کردند. آن‌ها مقدار ضخامت را در چندین نقطه از دیسک یافته و با متصل کردن این نقاط به یکدیگر با استفاده از منحنی‌هایی پروفیل کلی را استخراج نمودند. آن‌ها در هر گام حل با استفاده از مش مثلثی شکل مقادیر تنش و جابه‌جایی در داخل دیسک را محاسبه نمودند. فرشی^{۱۰} و همکارانش [۸]، مقادیر تنش در یک دیسک غیرهمگن را که تحت تاثیر گرادیان حرارتی نیز قرار دارد با استفاده از تقسیم دیسک به چندین حلقه محاسبه نموده و سپس از روش ابر کره‌های محاطی^{۱۱} به

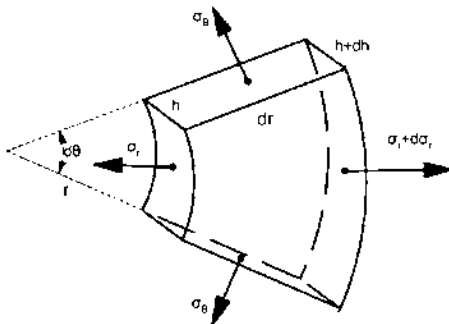
توسعه فناوری موتورهای هوایی از یک طرف، نتیجه بالا رفتن استفاده از هواپیما به‌عنوان وسیله حمل و نقل ملی و بین‌المللی و از طرف دیگر نقش سرنوشت‌ساز نیروی هوایی در نبردهای نظامی می‌باشد؛ افزون بر این امروزه توربین‌های گاز به‌طور گسترده در تولید نیروی الکتریکی، محرک‌های کمپرسور خطوط گاز و نیروی پیشران ناوهای نیروی دریایی، کشتی‌های باری، ناوچه‌های تندرو، ترن‌ها، خودروها، کامیون‌ها و تانک‌های نظامی کاربرد دارند [۱]. موتورهای توربین‌گاز مدرن هوایی، ماشین‌های پیچیده‌ای هستند که شامل سامانه‌ها و زیرسامانه‌های زیادی بوده و نیاز است به‌صورت یکپارچه عمل کنند. پیچیدگی موتور توربین گاز هوایی حاصل بیش از ۷۰ سال پیشرفت طراحی و بهینه‌سازی است [۲]. تفاوت اصلی بین سازه‌های هوایی و سایر سازه‌ها در وزن آن‌ها است؛ هدف اصلی در طراحی سازه هواپیما و توسعه مصالح هوافضایی کاهش وزن است. به‌طور کلی مصالح با مقاومت بالا و وزن کم برای کاربردهای هواپیمایی از همه مناسب‌تر می‌باشند. سازه‌های هوایی باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که اطمینان حاصل شود هر جزئی از سازه به ظرفیت و توان کامل خود مورد استفاده قرار خواهد گرفت. این نیاز منجر به استفاده از سازه‌ها با طراحی بهینه شده است. جزئیات هندسی سازه‌های هواپیمایی بسیار پیچیده‌تر از جزئیات هندسی مربوط به سایر سازه‌ها است [۳]؛ که این امر مشکل طراحی بهینه این سازه‌ها را دو چندان می‌کند. منظور از یک موتور بهینه یک موتور مقرون به صرفه است که دارای ویژگی‌هایی از قبیل نسبت نیروی پیشران به وزن بالا، قابلیت اعتماد بالا، هزینه پایین (هزینه‌های طراحی، ساخت، آزمون، تولید انبوه و تعمیر و نگهداری)، مصرف سوخت ویژه^۱ (SFC) پایین، سطح خیس شده پایین و سطوح آلودگی صوتی و محیطی پایین باشد. هر چند این ویژگی‌ها کاملاً به یکدیگر وابسته هستند اما سه ویژگی اول بیش‌تر تابعی از طراحی مکانیکی موتور هستند و سه مورد آخر اصولاً تحت تاثیر سیکل موتور (نسبت فشار، دمای ورودی توربین) و بازده داخلی آن است. لذا در طراحی سازه موتور تاکید بر کاهش هزینه از طریق سادگی طراحی، افزایش عمر، اعتماد بالا، کاهش وزن، تعداد قطعات کم و قابل بازبینی و تعمیر می‌باشد.

در میان قطعات مورد استفاده در ساخت موتورهای جت، دیسک توربین به دلیل تجربه سرعت‌های دورانی بسیار زیاد، گرادیان حرارتی شدید و وزن قابل توجه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

ترتیبی^{۳۳} و یک روش شبه نیوتن^{۳۴} پروفیل بهینه دیسک استخراج می‌گردد.

۲- حل ترموالاستیک برای دیسک دوار غیرهمگن با ضخامت متغیر

برای یافتن توزیع تنش در داخل دیسک، حل ترموالاستیک یک دیسک با ضخامت متغیر لازم است. مسئله به صورت یک مسئله تنش صفحه‌ای متقارن محوری در نظر گرفته می‌شود. با توجه به این‌که تنش‌های ناشی از نیروهای گریز از مرکز که در جهت شعاعی اثر می‌کنند در مقایسه با تنش‌های عرضی بسیار زیادترند این فرضی قابل قبولی است. شکل ۱ یک المان از دیسک با ضخامت متغیر به همراه تنش‌های موجود روی آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱- المانی از دیسک با ضخامت متغیر به همراه توزیع تنش روی آن

با نوشتن معادله تعادل و صرف‌نظر از ترم‌های مرتبه بالا معادله تعادل به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{1}{h} \frac{dh}{dr} \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho r \omega^2 = 0 \quad (1)$$

از سوی دیگر، کرنش کل در ماده با توجه به وجود گرادینان دما به صورت زیر قابل بیان است:

$$e = \varepsilon + \varepsilon_T \quad (2)$$

$$e = \left\{ \begin{array}{c} \frac{du}{dr} \\ \frac{u}{r} \end{array} \right\}, \varepsilon = \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta) \\ \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) \end{array} \right\}$$

$$\varepsilon_T = \alpha T \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right\}$$

بهینه‌سازی پروفیل هندسه دیسک دوار پرداختند. در این روش قطر ابر کره محاطی به‌گونه‌ای به دست می‌آید که تمامی قیود، از جمله قید استحکام، برآورده گردند. جاهد^{۱۲} و همکارانش [۹]، با استفاده از روش حلقه کردن دیسک، به ارائه روشی نیمه تحلیلی برای بهینه‌سازی وزن دیسک غیرهمگن دوار که تحت گرادینان‌های حرارتی نیز قرار دارد پرداختند. بروجیک^{۱۳} و همکارانش [۱۰]، ابتدا با استفاده از نرم‌افزار کنیا^{۱۴} مدل پارامتری از یک دیسک توربین گاز تولید نموده و سپس با استفاده از معیار بهینه‌سازی چند هدفه پارتو^{۱۵} به بهینه‌سازی آن پرداختند. در این مدل، آن‌ها یک شکل ابتدایی برای دیسک در نظر گرفته و تنها ابعاد آن را به‌عنوان متغیرهای طراحی استفاده نمودند. کسلر^{۱۶} و هوتن^{۱۷} [۱۱]، به‌منظور بهینه‌سازی عمر دیسک توربین‌گاز، ابتدا روابطی برای خستگی دیسک توربین گاز که از آلیاژ پایه نیکل ساخته شده است بر حسب دمای داخلی دیسک توسعه دادند. سپس از روش بهینه‌سازی چندهدفه پارتو برای بهینه‌سازی هم‌زمان تنش، عمر و وزن استفاده کردند و موفق شدند که عمر دیسک را تا ۱۹٪ افزایش دهند. آن‌ها برای تولید مدل خود از روشی مانند آن‌چه در [۱۰] بیان شد استفاده نمودند. لئو^{۱۸} و همکارانش [۱۲]، از روش توسعه دگر دیس^{۱۹}، به‌منظور بهینه‌سازی مکان‌شناسی و شکل دیسک توربین گاز بهره بردند. آن‌ها دیسک خود را به صورت متقارن محوری در نظر گرفته و با استفاده از روش اجزای محدود به بهینه‌سازی وزن دیسک تحت تاثیر قیود هندسی و پاسخی (مانند تنش) پرداختند. چو^{۲۰} [۱۳]، از دو روش جهت امکان‌پذیر^{۲۱} و برنامه‌ریزی خطی متوالی^{۲۲} به‌منظور یافتن هندسه بهینه دیسک توربین گاز بهره برد. هدف اصلی وی کاهش وزن دیسک تحت قیود هندسی و قید تنش بود و برای این منظور از روش اجزای محدود به‌عنوان حلگر و از مختصات گره‌های مرزی به‌عنوان متغیرهای طراحی استفاده نمود.

در این تحقیق ابتدا جهت برآورد جرم کل، دیسک موتور توربین‌گاز هوایی J85-21-GE به چندین دیسک با ضخامت ثابت تقسیم می‌شود. در ادامه با نوشتن معادلات تعادل برای هر کدام از دیسک‌ها و ترکیب آن‌ها با یکدیگر سامانه معادلات تعادل برای کل دیسک استخراج و با استفاده از آن تنش‌های موجود در دیسک محاسبه می‌گردد. پس از تعیین جرم و تنش‌ها در داخل دیسک، تابع هزینه و توابع قید سینماتیکی و سینتیکی برای بهینه‌سازی جرم دیسک بیان و فرمول‌بندی می‌گردند. سپس با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی بر مبنای الگوریتم رقابتی

$$u(r) = c_1 r + \frac{c_2}{r} - \frac{1}{2r} \int_{r_i}^r f(\xi) \xi^2 d\xi + \frac{r}{2} \int_{r_i}^r f(\xi) d\xi \quad (5)$$

$$f(r) = (1+\nu)\alpha \frac{dT}{dr} - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r$$

با جای گذاری تابع $f(r)$ و انتگرال گیری می‌توان نوشت:

$$u(r) = c_1 r + \frac{c_2}{r} + \frac{1+\nu}{r} \int_{r_i}^r \alpha \xi T d\xi - \frac{1-\nu^2}{8E} \rho \omega^2 r^3 \quad (6)$$

با استفاده از رابطه ۶ مولفه‌های تنش شعاعی و محیطی به صورت زیر قابل استخراج است:

$$\sigma_r = E \left[\frac{c_1}{1-\nu} - \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} \right] - \frac{E}{r^2} \int_{r_i}^r \alpha T d\xi - \rho \frac{3+\nu}{8} \omega^2 r^2 \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = E \left[\frac{c_1}{1-\nu} + \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} \right] + \frac{E}{r^2} \int_{r_i}^r \alpha T d\xi - \alpha E T - \rho \frac{1+3\nu}{8} \omega^2 r^2 \quad (8)$$

حال می‌توان ثابت‌های c_1 و c_2 را با توجه به شرایط مرزی مسئله یافت. این شرایط مرزی عبارت‌اند از:

$$\sigma_r(r=r_i) = \sigma_i, \quad \sigma_r(r=r_o) = \sigma_o \quad (9)$$

با اعمال شرایط مرزی:

$$c_1 = \frac{1-\nu}{E} \left[\frac{\sigma_o r_o^2 - \sigma_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + \frac{E}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \alpha T d\xi + \rho \omega^2 \frac{3+\nu}{8} (r_i^2 + r_o^2) \right] \quad (10)$$

$$c_2 = \frac{1+\nu}{E} \left(\frac{r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \right) + \rho \omega^2 \frac{(3+\nu)}{8} (r_o^2 - r_i^2) \quad (11)$$

که در آن u جابه‌جایی در راستای شعاعی، E مدول الاستیک ماده، ν ضریب پواسون، α ضریب انبساط حرارتی ماده و T دمای المان می‌باشند. با جای گذاری در رابطه ۲ و محاسبه مولفه‌های شعاعی و محیطی تنش و قرار دادن این مقادیر در رابطه ۱ معادله دیفرانسیل کلی حاکم بر دوران دیسک غیرهمگن دوار به دست خواهد آمد.

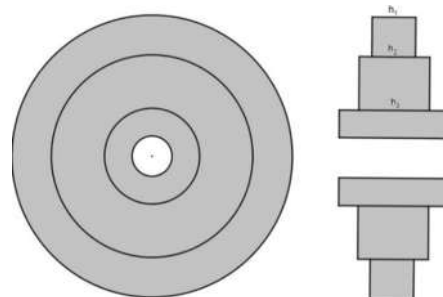
$$\frac{d^2 u}{dr^2} + f_1 \frac{du}{dr} + f_2 u - f_3 = 0. \quad (3)$$

$$f_1 = \frac{1}{r} + \frac{d}{dr} \ln \frac{hE}{1-\nu^2}$$

$$f_2 = -\frac{1}{r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{d}{dr} \ln \frac{hE}{1-\nu^2} + \frac{1}{r} \frac{d\nu}{dr}$$

$$f_3 = \frac{d}{dr} \left((1+\nu)\alpha T \right) - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r + (1+\nu)\alpha T \frac{d}{dr} \ln \frac{hE}{1-\nu^2}$$

معادله دیفرانسیل پاره‌ای ارائه شده در رابطه ۳، در حالت کلی دارای حل دقیق نمی‌باشد اما می‌توان حل تقریبی برای آن یافت. برای این منظور دیسک غیرهمگن با ضخامت متغیر به تعداد محدودی حلقه همگن با ضخامت ثابت تقسیم می‌شود، شکل ۲.



شکل ۲- تقسیم بندی یک دیسک ضخامت متغیر به رینگ‌های ضخامت ثابت

معادله دیفرانسیل حاکم بر هر یک از رینگ‌ها را می‌توان به صورت رابطه ۴ نوشت:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = (1+\nu)\alpha \frac{dT}{dr} - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r \quad (4)$$

معادله ۴ دارای حل دقیقی به صورت رابطه ۵ است:

که در آن، U, K, F, B و D فرم هماهنگ شده پارامترهای موجود در رابطه ۱۴ می‌باشند. معادله ۱۵ می‌تواند برای حل و یافتن بردار U مورد استفاده قرار گیرد، سپس با استفاده از رابطه ۱۴ می‌توان مقدار نیرو به واحد طول را برای هر یک از رینگ‌ها محاسبه نمود. با استفاده از نیروها می‌توان مقدار تنش‌های شعاعی و محیطی را محاسبه نمود. سپس از رابطه تنش معادل فون-میزز می‌توان تنش معادل را جهت مقاصد طراحی مطابق رابطه ۱۶ محاسبه کرد.

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2} - \sigma_r \sigma_\theta \quad (16)$$

۳- بررسی درستی برنامه تنش

از آنجا که زیربرنامه تنش بخشی از روند بهینه‌سازی محسوب می‌شود، لازم است تا به‌طور دقیق‌تر مورد بررسی قرار گرفته و درستی جواب‌های خروجی آن تأیید گردد. برای این منظور مسئله برای یک دیسک ضخامت ثابت حل می‌گردد و با توجه به این که این دیسک دارای حل دقیق می‌باشد می‌توان از صحت نتایج اطمینان حاصل نمود. جدول ۱ مقادیر عددی پارامترهای مورد استفاده برای این مسئله نمونه را نشان می‌دهد.

جدول ۱- پارامترهای مورد استفاده برای حل عددی

$r_i = 0.1 \text{ m}$	شعاع داخلی
$r_o = 0.2 \text{ m}$	شعاع خارجی
$N = 21$	تعداد رینگ‌ها
$E = 210 \text{ GPa}$	مدول الاستیک
$\nu = 0.3$	ضریب پواسون
$\alpha = 10^{-6}$	ضریب انبساط حرارتی
$\omega = 105 \text{ rad / s}$	سرعت دوران
$\rho = 8000 \text{ kg / m}^3$	چگالی

با حل معادله ۱۵ مقادیر جابه‌جایی و تنش‌های شعاعی، محیطی و معادل محاسبه می‌گردند. شکل‌های ۳ تا ۶ به‌ترتیب توزیع جابه‌جایی، تنش شعاعی، تنش محیطی و تنش معادل، که با استفاده از حل عددی و حل دقیق محاسبه شده‌اند، را نشان می‌دهند. همان‌گونه که مشخص است تنها با استفاده از ۲۱ حلقه تطابق بسیار خوبی بین نتایج حل دقیق و حل عددی با روش فوق‌الذکر برقرار است.

با جای‌گذاری ثابت‌های c_1 و c_2 در روابط ۷ و ۸ می‌توان جابه‌جایی شعاعی را برای مرز داخلی و خارجی دیسک یافت:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_i \\ \sigma_o \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$a_{11} = \frac{1+\nu}{E} \frac{-r_i^3}{r_o^2 - r_i^2} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{r_o^2}{r_i^2} \right)$$

$$a_{12} = \frac{2}{E} \frac{r_i r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$a_{21} = -\frac{2}{E} \frac{r_i^2 r_o}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$a_{22} = \frac{1+\nu}{E} \frac{r_o^3}{r_o^2 - r_i^2} \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{r_i^2}{r_o^2} \right)$$

$$b_1 = \frac{2r_i}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi$$

$$b_2 = \frac{2r_o}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi$$

$$d_1 = \frac{\rho}{8E} \omega^2 r_i (2r_i^2 + 6r_o^2 - 2\nu r_i^2 + 2\nu r_o^2)$$

$$d_2 = \frac{\rho}{8E} \omega^2 r_o (2r_o^2 + 6r_i^2 + 2\nu r_i^2 - 2\nu r_o^2)$$

برای آن که بتوان اثرات ضخامت را لحاظ کرد تنش شعاعی و محیطی به‌صورت رابطه ۱۳ بیان می‌شوند:

$$\sigma_r = \frac{F_r}{h}, \quad \sigma_\theta = \frac{F_\theta}{h} \quad (13)$$

که در آن F_θ و F_r به ترتیب نیروهای شعاعی و محیطی بر واحد طول بوده و h نیز ضخامت هر کدام از رینگ‌های مورد استفاده است. با جای‌گذاری رابطه ۱۳ در رابطه ۱۲:

$$\begin{aligned} h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_o \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} F_{ri} \\ F_{ro} \end{Bmatrix} + \\ &h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} + \\ &h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

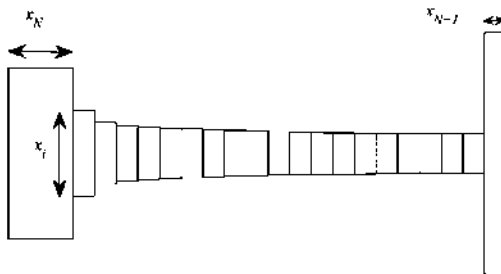
پس از یافتن رابطه ۱۴ برای هر یک از رینگ‌ها و اعمال شرط سازگاری جابه‌جایی در مرزها، معادله کلی ۱۵ به‌دست خواهد آمد، که یک دستگاه معادلات خطی می‌باشد:

$$[K]U = F + [K]B + [K]D \quad (15)$$

۴- تعریف مسئله بهینه‌سازی

برای تعریف یک مسئله بهینه‌سازی وجود تابع هزینه (که قرار است کمینه یا بیشینه شود) الزامی است. این تابع هزینه تابعی از تعدادی متغیر طراحی است که باید به خوبی شناخته شده باشند. از طرفی یک مسئله بهینه‌سازی می‌تواند شامل تعدادی قید مساوی و نامساوی نیز باشد. در یک مسئله بهینه‌سازی باید پیش از هر چیز دیگری متغیرهای طراحی تعیین گردند. هرچه تعداد متغیرهای طراحی بیشتر باشد حل بهینه دشوارتر خواهد بود. در بیشتر موارد با افزودن متغیرهای طراحی به یک مسئله خاص نقطه کمینه بهبود بیشتری خواهد یافت. دلیل این امر گسترش فضای متغیرهای طراحی به بعدی بزرگ‌تر است.

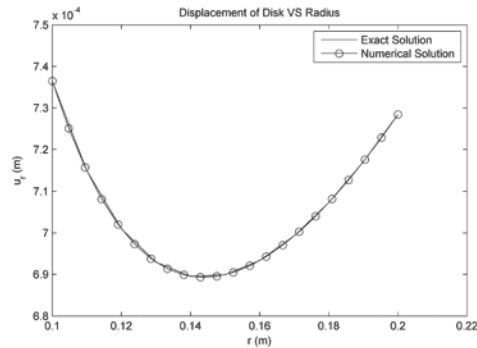
شکل ۷ یک دیسک حلقه حلقه شده را نشان می‌دهد. متغیرهای طراحی این دیسک عبارت‌اند از ضخامت تمامی حلقه‌ها به جز حلقه بیرونی، که در واقع ضخامت آن توسط هندسه پره‌های توربین تعیین می‌شود، و پهنای دو حلقه داخلی و خارجی. با توجه به مطالب فوق اگر دیسک به N حلقه تقسیم شود در این صورت تعداد متغیرهای طراحی $N+1$ عدد خواهد بود.



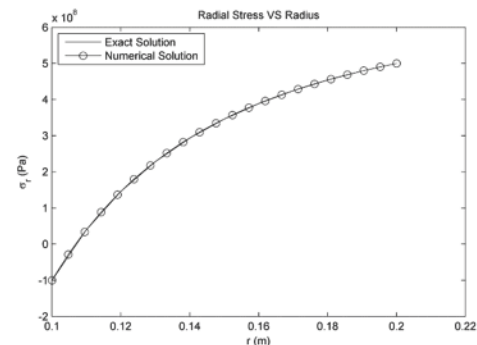
شکل ۷- متغیرهای طراحی دیسک

تاکنون توابع هزینه متعددی برای بهینه‌سازی دیسک‌های غیرهمگن تحت گرادیان‌های حرارتی ارائه شده است [۴-۱۳] در میان این توابع هزینه، تابع هزینه وزن از اهمیت بیشتری برخوردار است. در این راستا تابع هزینه را وزن دیسک تعریف نموده و هدف کمینه کردن وزن تعریف می‌شود. شکل ۸ یک دیسک ضخامت متغیر را به همراه پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه جرم آن نشان می‌دهد. با توجه به این شکل جرم دیسک با استفاده از رابطه ۱۷ قابل محاسبه است.

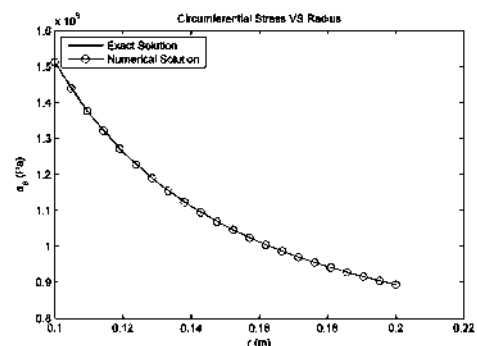
$$M = \rho \int_{r_i}^{r_o} 2\pi x h(x) dx \quad (17)$$



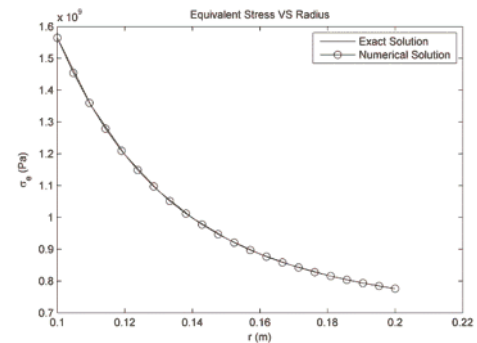
شکل ۳- توزیع جابه‌جایی داخلی دیسک بر حسب شعاع دیسک



شکل ۴- توزیع تنش شعاعی داخلی دیسک بر حسب شعاع



شکل ۵- توزیع تنش محیطی داخلی دیسک بر حسب شعاع



شکل ۶- توزیع تنش معادل فون-میزز داخلی دیسک بر حسب شعاع

می‌توان مجموعه قیود تنش را به صورت زیر تعریف نمود (n) ضرب ایمنی است که توسط طراح و بر اساس کاربرد موتور تعیین می‌شود):

$$\sigma_e \leq \frac{\sigma_a}{n} \quad (19)$$

در بسیاری از موتورها انتقال قدرت از و یا به دیسک توسط محور صورت می‌گیرد. برای این منظور قطر خارجی محور را کمی بزرگ‌تر از سوراخ داخلی دیسک در نظر گرفته و محور را با فشار در داخل دیسک جا می‌زنند. این کار مقداری فشار بین دیسک و محور ایجاد می‌کند که منجر به نیروی اصطکاک زیادی بین دیسک و محور می‌گردد. این نیروی اصطکاک باید به اندازه‌ای باشد که بتواند گشتاور انتقالی بین محور و دیسک را تحمل نماید و منجر به لغزش دیسک روی محور نشود. هنگامی که دیسک و محور با سرعت بسیار زیاد دوران کرده و در عین حال تحت گرادیان‌های حرارتی نیز قرار دارند قطر سوراخ داخلی دیسک و قطر محور هر دو تغییر کرده و مقادیر جدیدی را به خود می‌گیرند. در این حالت باید مقادیر جدید به گونه‌ای باشند که مقدار فشار لازم را برای برآورده شدن نیروی اصطکاک مورد نیاز فراهم کنند. برای برآورده شدن این شرط، می‌توان یک قید به صورت زیر در مسئله بهینه‌سازی اضافه نمود:

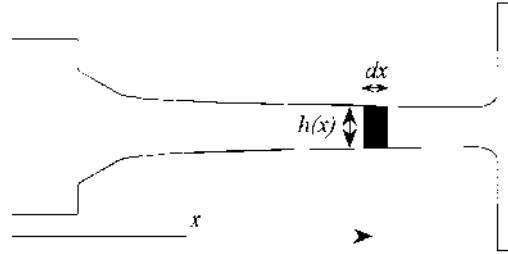
$$F_i \geq F_{i0} \quad (20)$$

که در آن F_i نیرو بر واحد طول برای جازنی دیسک روی محور است و F_{i0} مقدار نیرو بر واحد طول لازم جهت تأمین نیروی اصطکاک مورد نظر است. این رابطه را می‌توان به صورت دیگری نیز بیان نمود که بسیار کاربردی‌تر است:

$$U_{shaft} - U_{i-Disk} \geq 0 \quad (21)$$

که در آن U_{shaft} افزایش قطر محور و U_{i-Disk} افزایش قطر سوراخ داخلی دیسک است. دقت شود که در این رابطه فرض شده است که مقداری تداخل بین دیسک و محور وجود دارد که فشار لازم را تأمین می‌کند.

برای یک دیسک خاص می‌توان قیودی را وضع نمود که طراحی بیش از پیش قابل کنترل باشد. در پاره‌ای از موارد محدودیت

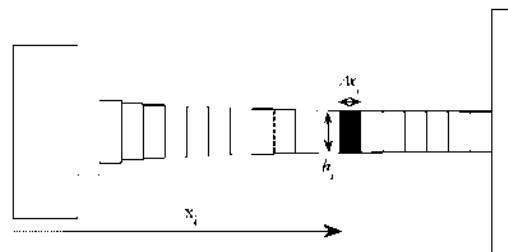


شکل ۸- دیسک غیرهمگن به همراه المان حجمی آن جهت محاسبه وزن

که در آن ρ چگالی ماده سازنده دیسک می‌باشد. اگر تابعیت $h(x)$ در هر گام از الگوریتم بهینه‌سازی مشخص باشد رابطه ۱۷ می‌تواند مورد استفاده گیرد ولی در عمل این تابعیت در حین الگوریتم بهینه‌سازی تغییر کرده و در واقع هدف نهایی یافتن همین تابعیت است لذا باید از یک روش عددی برای محاسبه جرم دیسک استفاده شود. شکل ۹ دیسک ضخامت متغیر را به صورت ترکیبی از چندین حلقه در کنار هم نشان می‌دهد. با توجه به این شکل جرم دیسک با استفاده از رابطه ۱۸ قابل محاسبه است:

$$M = \rho \sum_{i=1}^N 2\pi x_i h_i \Delta x_i \quad (18)$$

بدیهی است که با افزایش تعداد حلقه‌ها جواب معادله ۱۸ به جواب معادله ۱۷ همگرا خواهد شد.



شکل ۹- تقسیم دیسک غیر همگن به چندین حلقه همگن

هر چند که کاهش جرم در قطعات مختلف و به ویژه در تولید انبوه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است اما یک قطعه در کنار وزن کم باید از استحکام لازم نیز برخوردار باشد. از این رو یکی از مهم‌ترین قیودی که باید بر مسئله اعمال گردد قید تنش است. این بدان معنا است که تنش در هر کدام از حلقه‌ها نباید از تنش مجاز که توسط ماده سازنده تعیین می‌شود تجاوز کند. لذا

۴-۱- فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی دیسک توربین

با توجه به آن‌چه که در بخش‌های پیشین بیان گردید مسئله بهینه‌سازی دیسک توربین‌گاز را در نبود قیود اضافی می‌توان با استفاده از رابطه ۲۳ فرمول‌بندی نمود. در این رابطه AC پهنای ریشه پرها است. دقت شود که در فرمول‌بندی مسئله بهینه تمامی قیود به صورت نرمال شده بیان شده‌اند. دلیل این امر آن است که قیود مختلف از نقطه نظر مقیاس با یکدیگر متفاوت هستند و این امر سبب می‌شود که در صورت نرمال نکردن قیود برخی از آن‌ها در مقابل دیگر قیود بسیار کم اثر شده و در روند یافتن حل بهینه نقض گردند. به عنوان مثال اگر ابعاد به متر وارد شوند مقدار قید تنش از رتبه 10^8 بوده، حال آن‌که قیدهایی مربوط به جابه‌جایی و متغیرهای طراحی از رتبه 10^{-3} هستند این امر باعث می‌شود که قیود مربوط به جابه‌جایی و متغیرهای طراحی اثر خود را کمتر نشان داده و گاهی اوقات کاملاً بی‌اثر گردند. با نرمال‌سازی قیود، مشکل مذکور به طور کلی رفع می‌شود.

$$\min M(x) \quad (23)$$

subjected to:

$$\frac{n\sigma_{ek}(x)}{\sigma_{ak}} - 1 \leq 0 \quad k=1, \dots, N-1$$

$$\frac{U_{i-Disk}(x)}{U_{shaft}} - 1 \leq 0$$

$$1 - \frac{x_N}{0.1x_1} \leq 0$$

$$\frac{x_N}{x_1} - 1 \leq 0$$

$$1 - \frac{x_{N+1}}{AC} \leq 0$$

$$\frac{x_{N+1}}{AC} - 1 \leq 0$$

$$1 - \frac{x_i}{lb_i} \leq 0 \quad i=1, \dots, N-1$$

$$\frac{x_i}{ub_i} - 1 \leq 0 \quad i=1, \dots, N-1$$

۴-۲- پارامترهای مورد نیاز طراحی

دیسک ریف دوم توربین موتور توربین‌گاز هوایی J85-21-GE جرمی برابر با ۳/۶۵۲۵ کیلوگرم دارد. این جرم، شامل قسمت‌های نگه‌دارنده پره نیز می‌شود، شکل ۱۰. هرکدام از این نگه‌دارنده‌ها جرمی برابر با ۰/۱۴۳۵ کیلوگرم را دارا است. در مجموع تعداد ۵۴ نگه‌دارنده وجود دارد که جرم کل آن‌ها ۰/۷۷۵۱ کیلوگرم می‌باشد.

ابعاد در جانمایی نهایی دیسک در داخل موتور و یا پوسته طراح را مجبور به اعمال کردن قیود هندسی خاصی بر مسئله مورد مطالعه می‌نماید. با این وجود در نبود اطلاعات اضافی نیز تعدادی از قیود برای حل بهینه لازم هستند. رابطه ۲۲ دیگر قیود طراحی را نشان می‌دهد که برای طراحی بهینه دیسک توربین‌گاز در نبود اطلاعات اضافی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$(22) \begin{cases} X_{Nmin} \leq x_N \leq X_{Nmax} \\ X_{(N+1)min} \leq x_{(N+1)} \leq X_{(N+1)max} \\ lb_i \leq x_i \leq ub_i, \quad i=1, \dots, N-1 \end{cases}$$

قید اول و دوم برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرند که پهنای حلقه داخلی و خارجی از مقادیر مشخصی تجاوز نکنند. این مقادیر می‌توانند بر اساس محدودیت‌های ساخت تعیین گردند. در منابع مختلف معیارهای متنوعی برای این محدوده ارائه شده است. در این‌جا از معیار بیان شده توسط کورز که [۱۴] استفاده می‌شود.

وی مقدار حد پایینی برای این دو قید را به ترتیب بین ۰/۱ تا ۰/۲ ضخامت حلقه داخلی و خارجی معرفی می‌کند و مقدار حد بالایی را نیز به ترتیب برابر با ضخامت حلقه‌های داخلی و خارجی توصیه می‌نماید. قید سوم بازه حل برای ضخامت حلقه‌ها را مشخص می‌کند. هرچند که وجود این قید در بسیاری از موارد الزامی نیست اما حضور آن می‌تواند به همگرایی بهتر و سریع‌تر مسئله کمک نماید. هنگامی که طراح از محدوده حل بهینه آگاهی دارد می‌تواند با محدود نمودن حل خود به حل بهینه سرعت بخشیده و مسائل بیش‌تری را مورد بررسی قرار دهد. از سوی دیگر عدم تعیین بازه حل مناسب در بسیاری از موارد فرآیند بهینه‌سازی را به سمت نقاط منفرد پیش برده و ایجاد مشکلات عددی می‌کند. به عنوان مثال چنانچه ضخامت یکی از حلقه‌ها نزدیک به صفر باشد، ماتریس K در محاسبه تنش منفرد شده و لذا تنش بی‌نهایت به دست خواهد آمد. از سوی دیگر با افزایش تعداد متغیرهای طراحی تعداد گام‌های مورد نیاز جهت برآورده شدن کلیه قیود افزایش یافته و الگوریتم را به شدت کند می‌کند. چنانچه بازه مناسب برای حل از پیش توسط طراح مشخص شود، نقاط مش تولیدی توسط روش LCA در این محدوده بوده و به سرعت در ناحیه قابل قبول قرار خواهند گرفت.

بار گسترده ناشی از وجود پره‌ها و پایه‌های نگهدارنده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_o = \frac{F_b + F_d}{2\pi r_o} \quad (26)$$

r_o شعاع خارجی دیسک (بدون احتساب پایه‌های نگهدارنده) می‌باشد. جدول ۲ کلیه داده‌های مورد نیاز جهت طراحی دیسک را نشان می‌دهد.

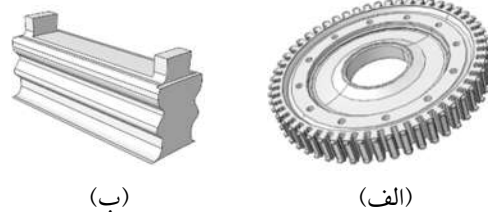
جدول ۲- پارامترهای مورد نیاز طراحی دیسک و مقادیر آن‌ها

مقدار	پارامتر لازم جهت طراحی
$r_i = 31.75 \text{ mm}$	شعاع داخلی دیسک
$r_o = 97.764 \text{ mm}$	شعاع خارجی دیسک
$AC = 26.162 \text{ mm}$	پهنای ریشه پره‌ها
$N_b = 54$	تعداد پره‌ها
$N_d = 54$	تعداد پایه‌های نگهدارنده
$V_d = 1627.35 \text{ mm}^3$	حجم هر کدام از پایه‌ها
$V_b = 9662.14 \text{ mm}^3$	حجم هر پره
$\omega = 16200 \text{ RPM}$	سرعت دورانی
$\bar{r}_b = 137.994 \text{ mm}$	موقعیت مرکز جرم پره‌ها
$\bar{r}_d = 102.61 \text{ mm}$	موقعیت مرکز جرم پایه‌ها
بین ۶۰۰ تا ۹۰۰ درجه به صورت خطی	توزیع دما در داخل دیسک
$f_i = 0$	نیروی گسترده داخل دیسک
$f_o = 3.1 \times 10^{-6} \frac{N}{m}$	نیروی گسترده خارج دیسک
$n = 1.2$	ضریب اطمینان
Inconel 718, $\rho_d = 8820 \frac{Kg}{m^3}$	ماده سازنده دیسک
Rene 80, $\rho_b = 8160 \frac{Kg}{m^3}$	ماده سازنده پره‌ها

۳-۴- ماده سازنده دیسک

ماده مورد استفاده برای این دیسک، سوپرآلیاژ اینکونل ۷۱۸ است. وجود گرادیان دمایی روی دیسک باعث می‌شود که خواص مادی روی دیسک متغیر باشد.

برای اعمال مشخصات مادی متغیر، برنامه تهیه شده دارای یک ورودی است که می‌تواند منحنی‌های مربوط به هر کدام از مشخصات ماده را فراخوانی نموده و از آن‌ها برای محاسبه تنش



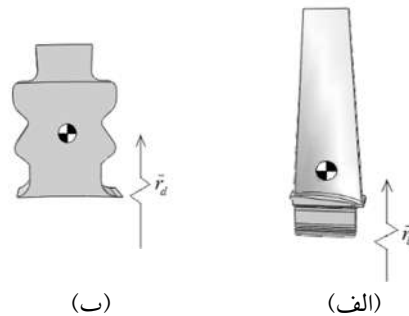
شکل ۱۰- (الف) دیسک توربین، (ب) پایه نگهدارنده پره

از آنجا که مدل ارائه شده برای مدل‌سازی دیسک توربین گاز به صورت متقارن محوری است لذا امکان مدل کردن پایه‌های نگهدارنده پره‌ها در این مدل وجود ندارد. برای رفع این مشکل، روشی به کار می‌رود که برای مدل کردن پره‌ها استفاده شد. بدین معنا که تمامی پایه‌های نگهدارنده از مدل مذکور حذف شده و نیروی گسترده‌ای معادل با نیروی گریز از مرکز این پایه‌ها به جای آن‌ها قرار داده می‌شود. دقت شود که به دلیل ثابت بودن شکل ریشه پره‌ها پایه‌های نگهدارنده نیز دارای شکل ثابتی بوده و لذا فرض مذکور اشکالی در روند بهینه‌سازی ایجاد نمی‌کند. با توجه به مطالب فوق نیروی گریز از مرکز ناشی از پره‌ها و پایه‌های نگهدارنده آن‌ها به ترتیب توسط روابط ۲۴ و ۲۵ قابل محاسبه می‌باشند.

$$F_b = N_b (\rho_b V_b) \bar{r}_b \omega^2 \quad (24)$$

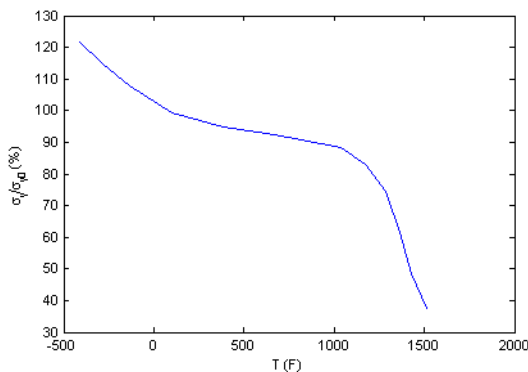
$$F_d = N_d (\rho_d V_d) \bar{r}_d \omega^2 \quad (25)$$

در این روابط N , ρ , V , \bar{r} و ω به ترتیب تعداد، چگالی ماده سازنده، حجم، موقعیت مرکز جرم و سرعت دورانی را نشان می‌دهند. زیرنویس‌های b و d نیز به ترتیب به پره و پایه‌های نگهدارنده اشاره دارند. دقت شود که در این جا تنها موقعیت شعاعی مرکز جرم مورد نظر است. شکل ۱۱ پایه‌های نگهدارنده و پره‌ها را به همراه موقعیت مرکز جرم آن‌ها نشان می‌دهد.



شکل ۱۱- موقعیت شعاعی مرکز جرم، (الف) پره‌ها، (ب) پایه‌های نگهدارنده

برای انجام این کار از نرم‌افزار Engauge Digitizer استفاده شده است. برای این منظور داده‌ها به صورت قطعه به قطعه خطی^{۲۶} در نظر گرفته شده‌اند. وظیفه درون‌یابی داده‌ها بر عهده یک زیربرنامه به نام Interpolate است که در هر نقطه از فضای طراحی مقادیر مشخصات مادی را محاسبه می‌کند. شکل ۱۶ منحنی تغییرات تنش تسلیم را نشان می‌دهد که با استفاده از این روش تهیه شده است. در حقیقت برنامه از داده‌های این منحنی بهره می‌گیرد.



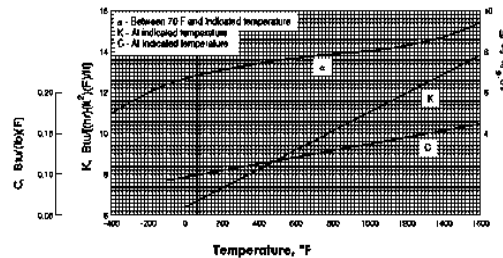
شکل ۱۶- استخراج منحنی تغییرات تنش تسلیم بر حسب دما به صورت منحنی قطعه به قطعه خطی

۴-۴- همگرایی حل

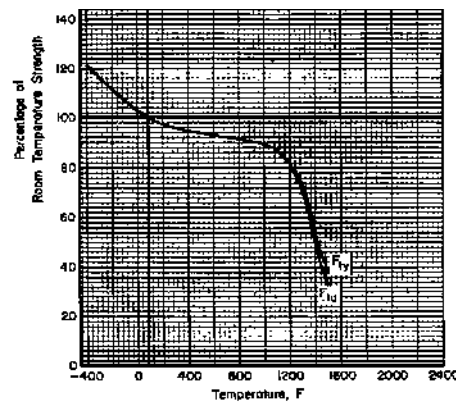
پیش از ارائه نتایج بهینه‌سازی دیسک لازم است که همگرایی حل مورد نظر به جواب‌هایی قابل قبول، مورد ارزیابی قرار گیرد. هرچند با افزایش تعداد حلقه‌ها پروفیل دیسک دقیق‌تر خواهد شد اما با افزایش این تعداد زمان لازم برای حل مسئله بهینه‌سازی می‌یابد. برای این منظور ورودی‌های الگوریتم بهینه‌سازی مطابق جدول ۳ انتخاب و در تمامی مراحل حل از مقادیر ثابتی استفاده شده است تا مقایسه بین آن‌ها امکان‌پذیر باشد. شکل‌های ۱۷ و ۱۸ به ترتیب جرم دیسک بهینه شده و زمان رسیدن به حل بهینه را بر حسب تعداد حلقه‌های مورد استفاده نشان می‌دهند.

با توجه به شکل ۱۷، با افزایش تعداد حلقه‌ها جرم دیسک افزایش یافته که این افزایش برای تعداد حلقه‌های کمتر بیش‌تر است. مقدار جرم در تعداد حلقه ۱۳ به بیش‌ترین مقدار خود رسیده و از آن پس کاهش تدریجی در آن مشاهده می‌شود. از طرفی با افزایش تعداد حلقه‌ها از ۱۹ به بعد تغییرات جرم بسیار اندک بوده و می‌توان گفت که حل همگرا شده است. در این‌جا تمامی حل‌ها با استفاده از ۲۵ حلقه انجام شده است هرچند که مقدار ۱۹ نیز جواب‌های قابل قبولی ارائه می‌دهد.

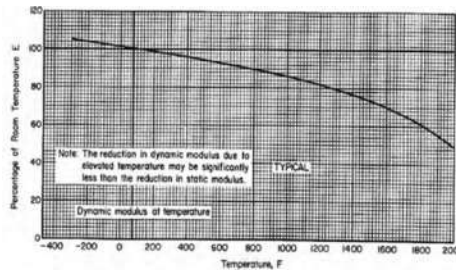
معادل استفاده نماید. شکل‌های ۱۲ تا ۱۵ به ترتیب منحنی تغییرات ضریب انبساط حرارتی، تنش تسلیم، مدول الاستیک و ضریب پواسون را بر حسب دما نشان می‌دهند. لازم است این منحنی‌ها به داده‌های عددی تبدیل شوند.



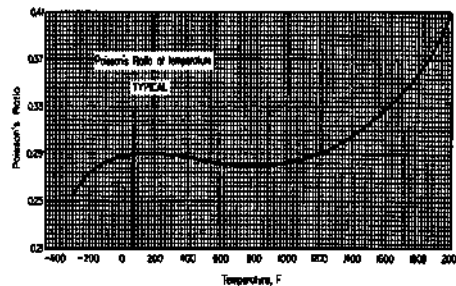
شکل ۱۲- تغییرات ضریب انبساط حرارتی بر حسب دما [۱۵]



شکل ۱۳- تغییرات تنش تسلیم و حد نهایی بر حسب دما [۱۵]



شکل ۱۴- منحنی تغییرات مدول الاستیک بر حسب دما [۱۵]

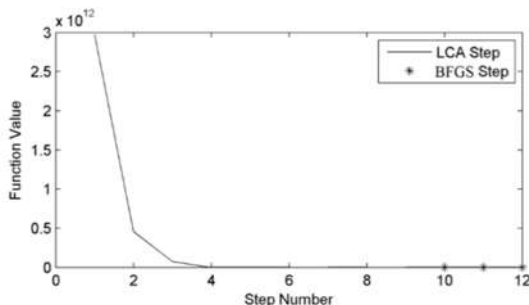


شکل ۱۵- منحنی تغییرات ضریب پواسون بر حسب دما [۱۵]

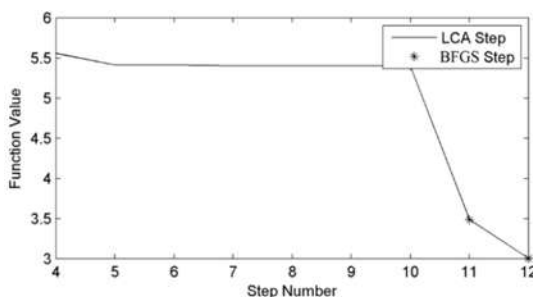
۵- نتایج حل

حل بهینه دیسک توربین گاز با استفاده از ۲۵ حلقه انجام گردیده و پس از ۱۲ چرخه، شرط توقف برآورده شد. شکل ۱۹ تاریخچه تابع هزینه در طی چرخه‌های مختلف حل را نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است در چند گام اول به دلیل نقض برخی از قیود مقادیر تابع هدف تحت تاثیر ضریب پنالتی قرار گرفته و مقدار آن بسیار زیاد است. برای درک بهتر این منحنی مقدار تابع هدف از گام چهارم به بعد در شکل ۲۰ نشان داده شده است.

همان‌طور که از شکل‌های ۱۹ و ۲۰ مشخص است از گام ۱۲ حل بهینه ۱۰ گام مربوط به الگوریتم *LCA* و تنها ۲ گام مربوط به الگوریتم شبه نیوتن می‌باشد. این امر مبین آن است که با انتخاب یک پارامتر همگرایی نسبتاً بزرگ برای الگوریتم *LCA* و استفاده از جواب این الگوریتم به‌عنوان نقطه شروع روش شبه نیوتن حل تنها در چندین گام توسط روش شبه نیوتن انجام خواهد شد. همچنین می‌توان دریافت که به دلیل بزرگ بودن معیار همگرایی الگوریتم *LCA* تعداد چرخه‌های مورد نیاز این روش جهت همگرایی به نقطه شروع نیز چندان زیاد نیست و در مجموع روش ارائه شده دارای سرعت همگرایی قابل قبولی است.



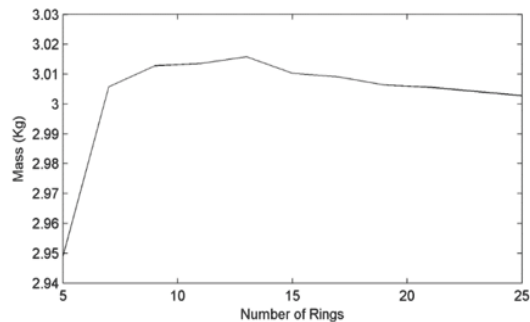
شکل ۱۹- تاریخچه تابع هزینه در گام‌های مختلف حل



شکل ۲۰- تاریخچه تابع هزینه از گام چهارم به بعد

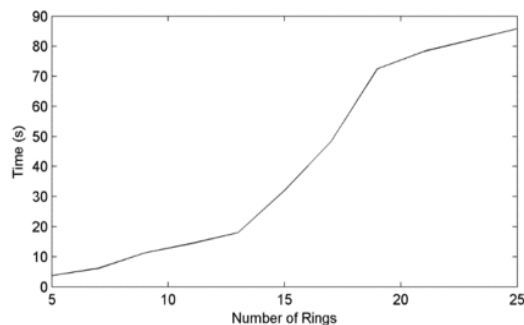
جدول ۳- پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم بهینه‌سازی

مقدار	ورودی
10	تعداد والدین منظم تولیدی در گام اول روش <i>LCA</i>
0	تعداد والدین تصادفی تولیدی در گام اول روش <i>LCA</i>
N	تعداد فرزندان منظم تولیدی در هر گام روش <i>LCA</i>
0	تعداد فرزندان تصادفی تولیدی در هر گام روش <i>LCA</i>
0.8	ضریب انقباض روش <i>LCA</i>
10^{-2}	تولرانس توقف روش <i>LCA</i>
10^{12}	ضریب پنالتی روش <i>LCA</i>
10^{-4}	تولرانس توقف روش <i>BFGS</i>

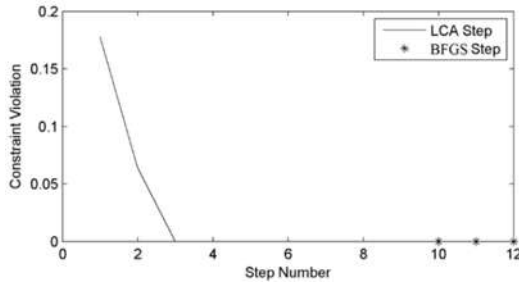


شکل ۱۷- جرم دیسک بهینه شده بر حسب تعداد حلقه

هرچند که افزایش تعداد حلقه‌ها یک پارامتر مفید برای محاسبه مقدار جرم و یافتن پروفیل دیسک است. اما همان‌گونه که در شکل ۱۸ نشان داده شده است با افزایش تعداد حلقه‌ها زمان لازم برای حل افزایش می‌یابد. دقت شود که زمان ارائه شده در این شکل با استفاده از محدود کردن بازه حل به دست آمده است. در مواردی که محدوده ضخامت برای طراح مشخص نباشد فرآیند حل ساعت‌ها می‌تواند طول بکشد.



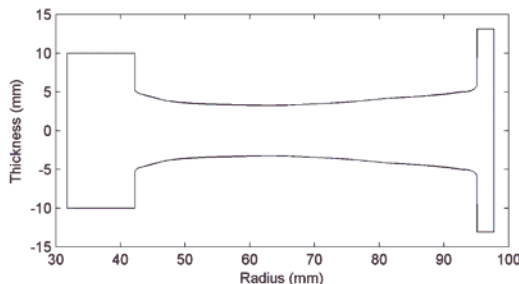
شکل ۱۸- زمان لازم جهت رسیدن به نقطه بهینه بر حسب تعداد حلقه



شکل ۲۲- تاریخچه نقض قید در گام‌های مختلف حل

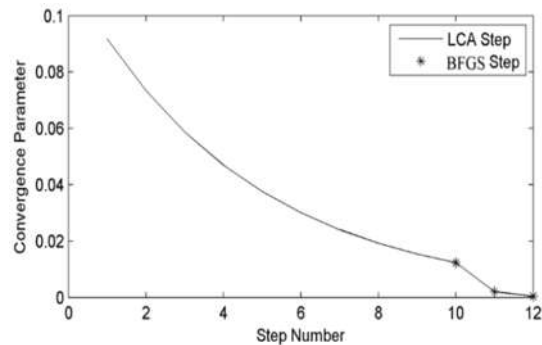
شکل ۲۳ پروفیل دیسک بهینه مورد نظر را نشان می‌دهد. به‌منظور ارائه منحنی‌های تنش و جابه‌جایی در راستای شعاع دیسک، دیسک مذکور به‌صورت افقی نمایش داده شده است. جرم این دیسک حدود $2/2277$ کیلوگرم محاسبه شده که این مقدار بدون احتساب جرم پایه‌های نگهدارنده پره‌ها است و با احتساب این جرم، جرم کل دیسک $3/028$ کیلوگرم خواهد بود که به نسبت نمونه اولیه با جرم $3/6525$ کیلوگرم حدود $17/8\%$ بهبود یافته است.

با توجه به شکل ۲۳ می‌توان دید که در ابتدای پروفیل با افزایش شعاع دیسک مقدار ضخامت کاهش می‌یابد ولی کمابیش از اوسط آن با افزایش شعاع مقدار ضخامت افزایش می‌یابد. این پدیده را می‌توان این‌گونه توجیح نمود: با افزایش شعاع دیسک، دما در دیسک بالا می‌رود؛ با افزایش دمای دیسک استحکام کاهش یافته و لذا برای جبران این کاهش استحکام لازم است که ضخامت افزایش یابد؛ از سوی دیگر با حرکت در جهت شعاع دیسک تنش‌های ایجاد شده تحت تاثیر نیروی گریز از مرکز کاهش یافته و لذا در استحکام ثابت به ضخامت کمتری برای جبران آن نیاز است.



شکل ۲۳- پروفیل بهینه دیسک ردیف دوم موتور

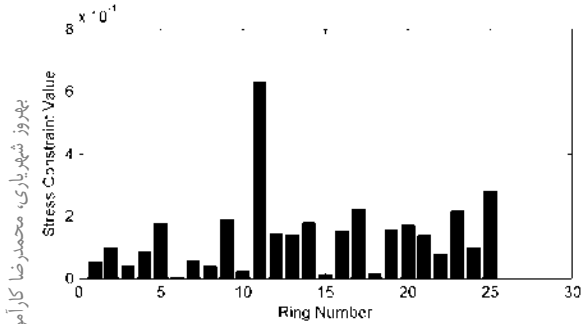
به‌منظور بررسی بهتر سرعت همگرایی این روش مقدار پارامتر همگرایی به‌صورت تابعی از گام حل در شکل ۲۱ نمایش داده شده است. همان‌گونه که از شکل مشخص است بازه همگرایی با سرعت مناسبی به مقدار حدی خود نزدیک می‌شود حال آن‌که در یک گام مانده به گام آخر (که مربوط به الگوریتم شبه نیوتن است) سرعت بیش‌تری گرفته و در گام آخر به به مقدار مطلوب همگرا می‌شود.



شکل ۲۱- تاریخچه پارامتر همگرایی در گام‌های مختلف حل

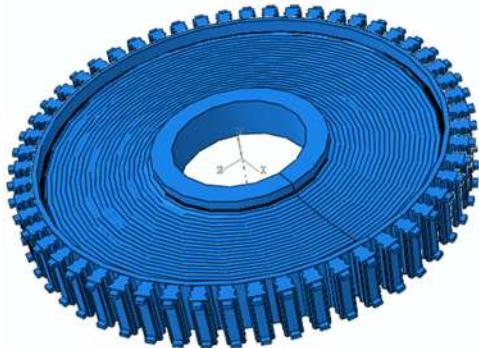
شکل ۲۲ مقدار نقض قید را در طی فرآیند بهینه‌سازی نشان می‌دهد. مقداری نقض قید در گام‌های اول و دوم مشاهده می‌شود ولی از گام سوم به بعد مقدار نقض قید صفر شده است. این بدان معنا است که از گام سوم به بعد الگوریتم ناحیه قابل قبول را یافته و از آن پس در این ناحیه به جستجوی نقطه بهینه می‌پردازد. این مهم خود یکی از دلایل قوت الگوریتم LCA است. چرا که در طی این الگوریتم یک مش منظم در کل فضا تولید می‌شود. این مش به‌گونه‌ای است که کل فضای طراحی را پوشش دهد. از این رو الگوریتم در تنها چند گام از حل خود ناحیه قابل قبول را یافته و جستجوی خود را به این ناحیه محدود می‌کند. تحقیقات مختلف روی مسائل بسیار پیچیده نیز مبین این گفتار است [۱۶ و ۱۷].

نکته دیگر این‌که با شروع الگوریتم شبه نیوتن، الگوریتم به سرعت به حل بهینه همگرا می‌گردد (تنها در دو چرخه) که دلیل آن حضور در ناحیه قابل قبول و از آن مهم‌تر قرار داشتن در نزدیکی نقطه بهینه سراسری است.



شکل ۲۶- مقادیر قیود تنش در نقطه جواب

پروفیل سه‌بعدی دیسک بهینه به همراه پایه‌های نگهدارنده پره‌ها در شکل ۲۷ نمایش داده شده است.

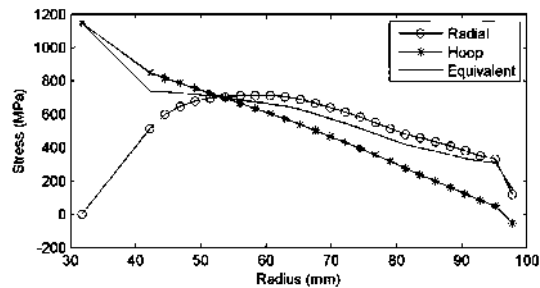


شکل ۲۷- نقشه سه‌بعدی دیسک بهینه شده

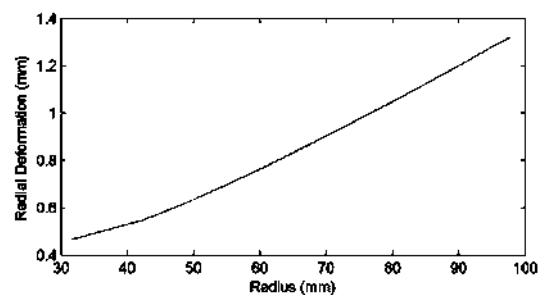
۶- نتیجه‌گیری

پس از تعیین روش بهینه‌سازی مناسب برای حل مسئله، به‌منظور تشکیل توابع هدف و قید، یک دیسک ضخامت متغیر به چندین حلقه با ضخامت ثابت تقسیم شده و با نوشتن معادلات تعادل برای هر کدام از این حلقه‌ها، مقادیر تنش شعاعی، محوری و معادل در داخل دیسک محاسبه گردید. هدف از انجام این کار توسعه قیود مربوط به استحکام دیسک بود. در عین حال برخی از قیود هندسی برای رسیدن به یک هندسه منطقی برای دیسک توربین گازی بر مسئله اعمال گردید. با تعیین تابع وزن به‌عنوان تابع هدف مسئله که باید تحت تاثیر قیود تنش و برخی قیود هندسی کمینه گردد، روند بهینه‌سازی انجام شد. برای آگاهی از همگرایی نتایج به یک جواب مناسب، اثرات تعداد حلقه‌ها بر وزن دیسک بهینه شده و زمان مورد نیاز برای حل مورد ارزیابی قرار گرفت و مشخص گردید که برای رسیدن به یک جواب درست باید حداقل از ۱۹ حلقه استفاده

توزیع تنش و جابه‌جایی شعاعی در دیسک بهینه شده به ترتیب در شکل‌های ۲۴ و ۲۵ آمده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود با افزایش شعاع تنش شعاعی افزایش یافته تا به یک مقدار بیشینه برسد و از آن پس با افزایش شعاع مقدار تنش شعاعی کاهش می‌یابد. با این وجود تنش‌های محیطی و تنش معادل همواره روند کاهشی دارند. از نقطه نظر جابه‌جایی نیز می‌توان دید که با افزایش شعاع مقدار جابه‌جایی افزایش می‌یابد که نتیجه‌ای قابل پیش‌بینی است. لازم به ذکر است که مقدار تنش محیطی در مرز خارجی و مقدار تنش شعاعی در مرز داخلی برابر صفر است که با توجه به شرایط مرزی حاکم بر مسئله نتیجه کاملاً درست است.



شکل ۲۴- منحنی تنش شعاعی، محوری و معادل در داخل دیسک توربین



شکل ۲۵- منحنی جابه‌جایی شعاعی در داخل دیسک توربین

شکل ۲۶ مقادیر قیود مربوط به تنش را در نقطه جواب نهایی نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص شده است کلیه قیود مربوط به تنش مقداری نزدیک به صفر دارند. این بدان معنا است که تمامی قیود تنش در این نقطه فعال بوده و به عبارت بهتر نقطه جواب روی مرزهای ناحیه قابل قبول قرار دارد. این موضوع می‌تواند خود دلیلی بر قرار گرفتن در نقطه بهینه سراسری باشد [۱۸].

کیلوگرم به ۳/۰۲۸ کیلوگرم که معادل ۱۷/۸٪ مقدار اولیه است را نشان داد. در این مرحله پروفیل بهینه شده دیسک توربین گاز ارائه شده و مقادیر تنش شعاعی، محیطی و معادل و جابه‌جایی شعاعی در آن ترسیم گردید.

۷- تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله از مدیریت محترم پژوهشکده موتور و قوای محرکه مجتمع مکانیک و هوافضای دانشگاه صنعتی مالک اشتر جناب آقای دکتر محسن آقاسیدمیرزابزرگ که این تحقیق را مورد حمایت قرار دادند تشکر و قدردانی می‌نمایند.

شود. پس از آگاهی از نحوه همگرایی نتایج، مقادیر تابع هدف، پارامتر همگرایی و نقض قید در گام‌های مختلف طراحی مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که روش بهینه‌سازی مورد استفاده در تنها ۳ گام از شروع حل در ناحیه قابل قبول قرار می‌گیرد. در عین حال پس از شروع الگوریتم شبه نیوتن تنها در دو گام مسئله به جواب بهینه همگرا می‌شود. این خود مبین قرار گرفتن در نزدیکی نقطه بهینه سراسری است که توسط روش LCA تضمین شده است. با بررسی همه جانبه روش بهینه‌سازی، مشخص گردید که نقطه طراحی به دست آمده همان کمینه سراسری است. نتایج حاصل از بهینه‌سازی دیسک موتور توربوجت J85-21-GE کاهش جرم دیسک از مقدار ۳/۶۵۲۵

۸- پی‌نوشت

Catia ۱۴	Specific Fuel Consumption ۱
Pareto Multi-objective optimization criterion ۱۵	Seireg ۲
Kesseler ۱۶	Surana ۳
Houten ۱۷	Bhavikatti ۴
Liu ۱۸	Ramakrishnan ۵
Metamorphic Development ۱۹	Ray ۶
Cheu ۲۰	Sinha ۷
Feasible direction method ۲۱	Luchi ۸
Sequential linear programming, ۲۲	Complex Method ۹
Line-up Competition Algorithm (LCA) ۲۳	Farshi ۱۰
Quasi-Newton ۲۴	Inscribed hyperspheres ۱۱
Kurzke ۲۵	Jahed ۱۲
Piecewise Linear ۲۶	Brujic ۱۳

۹- مراجع

- [1] El-Sayed, Ahmed F., Aircraft propulsion and gas turbine engines, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2008.
- [2] Bernie MacIsaac, Roy Langton, Gas turbine propulsion systems, John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- [3] Chin-Teh Sun, Mechanics of Aircraft Structures, John Wiley & Sons, Ltd, USA, 1998.
- [4] A. A. Seireg and K. Surana, Optimum design of rotating disks, in Proceedings of the ASME Design Engineering Conference, New York, May 5-8, 1968.
- [5] S.S. Bhavikatti, C.V. Ramakrishnan, Optimum shape design of rotating disks, Computers & Structures, 11: pp. 397-401, 1980.
- [6] G.S. Ray, B.K. Sinha, Profile optimization of variable thickness rotating disc, Computers & Structures, 42(5): pp. 809-813, 1992.
- [7] Luchi, M. L., A. Poggiali, and F. Persiani, An interactive optimization procedure applied to the design of gas turbine discs, Computers & Structures, 11: pp. 629-637, 1980.
- [8] Farshi, B., H. Jahed, and A. Mehrabian, Optimum design of inhomogeneous non-uniform rotating discs, Computers and Structures, 82: pp. 773-779, 2004.
- [9] Jahed, H., B. Farshi, and J. Bidabadi, Minimum weight design of inhomogeneous rotating discs, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 82: pp. 35-41, 2005.
- [10] Brujic, D., et al., CAD based shape optimization for gas turbine component design. Struct Multidisc Optim, 41: pp. 647-659, 2010.
- [11] Kessler, E. and M.H.V. Houten, Multidisciplinary Optimisation of a Turbine Disc in a Virtual Engine Environment, in 2nd European conference for aerospace sciences (EUCASS), 2007.
- [12] Liu, J.-S., G.T. Parks, and P.J. Clarkson, Optimization of Turbine Disk Profiles by Metamorphic Development. Journal of Mechanical Design, 124: pp. 192-200, 2002.

- [13] Cheu, T.-C., Procedures for shape optimization of gas turbine disks, Computers & Structures, 34(1): pp. 1-4, 1990.
- [14] Kurzke, J., GasTurb Details (A Utility for GasTurb 11), 2007.
- [15] Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS-06), Federal Aviation Administration, April 2011.
- [16] Liexiang, Y. and M. Dexian, Global optimization of non-convex nonlinear programs using Line-up Competition Algorithm. Computers and Chemical Engineering, 25: pp. 1601-1610, 2001.
- [17] Liexiang, Y., S. Kun, and H. Shenghua, Solving mixed integer nonlinear programming problems with line-up competition algorithm. Computers and Chemical Engineering, 28: p. 2647-2657, 2004.
- [18] Arora, J.S., Introduction to optimum design, 3rd ed., Elsevier, 2004.