

## طراحی بهینه سازه بلیسک توربین در روتور یک موتور مینی توربوجت

بهروز شهریاری<sup>۱</sup>، شهرام یوسفی<sup>۲</sup>، مهدی تاجداری<sup>۳</sup>، محمدرضا کارآموز<sup>۴</sup>

۱ دانشجوی دکتری، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، shahriari@mut-es.ac.ir

۲ دانشیار مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان

۳ استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاداسلامی، واحد اراک، اراک

۴ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۵/۰۴

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۶/۰۱

### چکیده

با توجه به موقعیت و شرایط کاری سخت دیسک توربین و کمپرسور به عنوان اجزای اصلی روتور در موتور توربین گاز هوایی، طراحی این ادوات اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. این دیسک‌ها از یک طرف تحت بار گریز از مرکز قرار دارند که با افزایش سرعت دوران روبه افزایش می‌نهند و از طرف دیگر تحت بار حرارتی قرار دارند که با افزایش گرادیان حرارتی، به‌ویژه در اجزای تحت دمای بالا در روتور افزایش می‌یابد. در این بین، لازم است تا وزن روتور جهت بهبود رفتار دینامیکی، کاهش بار یاتاقان‌ها و کاهش وزن کل موتور به‌عنوان یک بخش اصلی وسیله پرنده کمینه گردد. سرعت دورانی، عملکرد در دمای بسیار بالا، گرادیان حرارتی شدید و نیاز به کاهش وزن، شرایط و الزاماتی برای روتور موتورهای توربینی هوایی است که طراحی آن را با مشکل مواجه می‌سازد. تحلیل استحکامی پیش‌نیاز تحلیل عمر در یک روتور است؛ زیرا ابتدا باید مقاومت قطعه در برابر بارگذاری استاتیکی قبل از بارگذاری سیکلی محقق شود. هدف این مقاله، طراحی بهینه وزنی سازه دیسک پره‌دار یکپارچه (بلیسک) توربین در روتور یک موتور مینی توربوجت است. برای این منظور، مشخصات طراحی اثرودینامیکی از جمله هندسه، تعداد و موقعیت قرارگیری پرها، توزیع بارهای اثرودینامیکی، توزیع حرارت و فشار روی روتور و سرعت دورانی به‌عنوان ورودی مسئله طراحی بهینه بلیسک تحت قیود استحکامی و هندسی در نظر گرفته شده‌اند. در ادامه، برنامه‌های مربوط به طراحی و تحلیل بلیسک با استفاده از روش‌های عددی تدوین و نتایج خروجی با مقایسه با موارد بیان‌شده در مقالات معتبر اعتبارسنجی شده و در پایان سازه بلیسک توربین یک موتور مینی توربوجت خاص طراحی بهینه شده است.

### واژگان کلیدی

موتور مینی توربوجت، بلیسک توربین، طراحی بهینه، تحلیل

## ۱. مقدمه

عضوهای دواری که تحت عنوان روتور شناخته می‌شوند در توربوماشین‌ها و ماشین‌های حرارتی و هیدرولیکی مولد قدرت یا مصرف‌کننده قدرت (توربین‌ها، توربوپمپ‌ها، توربوشارژرها، پمپ‌های سانتریفیوژ، کمپرسورهای سانتریفیوژ، فن‌ها، پمپ‌های مولکولی، سانتریفیوژها)، توربوژنراتورها، توربوالترناتورها، دینام‌های دوار، شمار زیادی از ماشین‌های الکتریکی سنکرون و آسنکرون؛ انواع مشخصی از وسائل پرنده (هلی‌کوپترها، اتوجایروها یا جایروپلن‌ها) استفاده می‌شوند [۱]. دیسک‌های دوار سرعت‌بالا به‌عنوان بخشی از سازه روتورها در بسیاری از کاربردهای عملی از جمله در روتور موتورهای توربین گاز هوایی، زمینی و دریایی، روتور توربین بخار، فلاپویل، کمپرسورهای محوری و پروانه‌های کشتی کاربرد گسترده دارند. مقدار و توزیع تنش‌ها در این دیسک‌های دوار، عامل محدودکننده اصلی طراحی است. امروزه این مسئله توجه بسیاری از محققان را به‌خود جلب کرده است. طراحی موتورهای هوایی، فرایندی بسیار تکراری، چندرشته‌ای و پیچیده است [۲]. برای حل مسائل دیسک‌های دوار دو روش تحلیلی و عددی وجود دارد. برای دیسک‌های دوار، ضخامت ثابت کاملاً غیراقتصادی است [۳]. استودولا<sup>۱</sup> پروفیل هایدربولیک را برای سطح مقطع این دیسک‌ها پیشنهاد کرد [۴]. پتروفسکی<sup>۲</sup> یک روش تقریبی را بیان کرد که دیسک را با یک سری دیسک ضخامت ثابت جایگزین می‌کند که تنش‌های گریز از مرکز و حرارتی در توربین به‌صورت رضایت‌بخش از این روش قابل محاسبه‌اند [۵]. دوناس<sup>۳</sup> و گرامل<sup>۴</sup> این روش را توسعه دادند [۲]. کاربرد دیسک‌ها با ضخامت متغیر عمدتاً به‌دلیل در نظر گرفتن ملاحظات اقتصادی و به‌منظور بهبود عملکرد مکانیکی در حال افزایش است. گوپتا<sup>۵</sup> و همکاران برای حل تحلیلی دیسک‌های دوار با ضخامت یکنواخت راه‌حلی پیشنهاد کردند. ارسلان<sup>۶</sup> و ارکان<sup>۷</sup> راه‌حلی نظری قابل قبولی برای تحلیل دیسک دوار با ضخامت نمایی متغیر معرفی کردند [۶]. ارسلان و همکاران نیز حد مجاز سرعت زاویه‌ای را برای دیسک‌های دوار با ضخامت متغیر محاسبه کردند، که تغییرات ضخامت در آن از تابع توانی تبعیت می‌کند [۷].

در میان قطعات مورد استفاده در ساخت موتورهای جت، دیسک توربین از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ زیرا در کنار تجربه سرعت‌های دورانی بسیار زیاد، گرادیان حرارتی بسیار زیادی را نیز به‌خود می‌بیند. در عین حال دیسک‌های دوار موجود در موتور جرم

قابل توجهی را به‌خود اختصاص می‌دهند و طراحی بهینه آنها جهت بهبود رفتار دینامیکی، کاهش بار یاتاقان‌ها و کاهش وزن کل موتور به‌عنوان یک بخش اصلی از سازه وسیله پرنده از اهمیت خاصی برخوردار است.

سیرگ<sup>۸</sup> و سورانا<sup>۹</sup> به‌منظور محاسبه تنش‌های محیطی و شعاعی داخل دیسک غیرهمگن دوار که در سرعت‌های بالا دوران می‌کند آن را به چندین دیسک تقسیم و با بیان روابط تعادل برای هر دیسک، که ضخامتی ثابت دارد، مقادیر تنش را محاسبه نمودند [۸]. این پژوهشگران با در نظر گرفتن مسائل بهینه‌سازی مختلف به حل بهینه دیسک پرداختند. مسائلی که به‌دست آنها بررسی شد عبارت‌اند از: کمینه‌کردن بیشترین تنش مماسی، کمینه‌کردن میانگین تنش‌های مماسی، کمینه‌کردن بیشترین تنش معادل، کمینه‌کردن بیشترین تنش برشی، کمینه‌کردن اختلاف بین بیشترین و کمترین تنش مماسی و کمینه‌کردن ترکیب وزنی حجم دیسک، بیشترین تنش مماسی و تنش مماسی میانگین. آنها در حل خود آثار گرادیان حرارتی را در نظر نگرفتند. بهاویکاتی<sup>۱۰</sup> و راماکریشنان<sup>۱۱</sup> از یک روش برنامه‌ریزی غیرخطی به‌منظور بهینه‌سازی پروفیل هندسه دیسک‌های دوار استفاده کردند [۹]. آنها فرض کردند که پروفیل هندسه دیسک از یک تابع چندجمله‌ای از مرتبه پنج تبعیت کند، سپس با فرض اختلاف بیشترین و کمترین تنش محیطی به‌عنوان تابع هدف ضرایب این چندجمله‌ای را در جهت کاهش این تابع هدف به‌دست آوردند. همچنین از تحلیل‌های اجزای محدود جهت محاسبه تنش در داخل پروفیل استفاده کردند. ری<sup>۱۲</sup> و سینها<sup>۱۳</sup> ابتدا یک دیسک دوار ضخامت متغیر را به چندین حلقه تقسیم نمودند، سپس با تعریف دو تابع هزینه به بهینه‌سازی آن پرداختند [۱۰]. آنها در گام نخست از اختلاف بین ماکزیمم و کمینه مقدار تنش مماسی به‌عنوان تابع هزینه استفاده کردند و در گام بعد، ماکزیمم مقدار تنش مماسی را به‌عنوان تابع هزینه در نظر گرفتند. در هر دو حالت هدف یافتن مقداری حداقلی برای توابع هزینه بود. لوچی<sup>۱۴</sup> و همکاران نیز برای کمینه‌کردن وزن دیسک توربین گازی از یک الگوریتم بهینه‌سازی برمبنای روش مختلط<sup>۱۵</sup> استفاده کردند [۱۱]. آنها مقدار ضخامت در چندین نقطه از دیسک را یافته و با اتصال این نقاط به یکدیگر پروفیل کلی را استخراج نمودند. همچنین در هر گام حل با استفاده از مش مثلثی شکل مقادیر تنش و جابه‌جایی در داخل دیسک را محاسبه نمودند. فرشی<sup>۱۶</sup> و همکاران مقادیر تنش در یک

پره است که نیازمند قالب دیسک عمیق تر یا پهن تر جهت نگهداری پره است که این مورد به نوبه خود نیازمند دیسک با ضخامت بیشتر است تا قالب دیسک عمیق تر و بار مرده بیشتر را تحمل کند. راه حل ایجاد یک روتور پره دار یکپارچه<sup>۳۳</sup> است که در آن پرها با دیسک یکپارچه می شوند [۱۷].

ردیف روتور توربین (به ندرت ردیف کمپرسور) محوری که در آن دیسک و پرها از یک جنس و به شکل یکپارچه ساخته شده اند را بلیسک<sup>۳۴</sup> می نامند [۱۸]. در برخی از منابع به این نوع روتور، روتور پره دار یکپارچه گفته می شود. ساختار غیر یکپارچه، روتور توربین را از حالت جمع و جور دور می کند؛ پیچیدگی منجر به دوام کم شده که به شدت هزی نه را برای مشتری آن افزایش می دهد [۱۹]. عملکرد و قابلیت اطمینان بالاتر نیازمند مزایای بلیسک توربین است که پره هایش از قطعه فلزی یکسان با دیسک بوده و در ادامه دیسک ایجاد شده اند. شاید نخستین کاربرد بلیسک مربوط به کمپرسور محوری (با ۱۷ پره) موتور هوایی J69-T-29 در اواخر دهه ۱۹۶۰ م باشد. بلیسک ها به طور چشمگیری پیچیدگی و وزن را کاهش می دهند و ساختار بسیار بادوام آنها منجر به عملکرد بهتر و هزینه های ساخت افزاری بسیار کمتر می شود. به دلیل این مزایا پروژه جنگنده تاکتیکی پیشرفته<sup>۲۵</sup> در امریکا، فناوری بلیسک را به عنوان یک فناوری اصلی مهم شناسایی کرد و پروژه فناوری موتور توربین عملکرد بالای یکپارچه<sup>۲۶</sup> مقرر کرد که همه روتورهای توربین جنگنده های امریکا تا سال ۲۰۲۰ م از موتورهای بلیسکی استفاده کنند. چالش ها در ساخت بلیسک، گرانی و پیچیدگی فرایند ماشینکاری است [۲۰]. بزرگترین مزیت استفاده از بلیسک این است که دیسک سبکتر می شود. اما بلیسک به تلهانس های ماشینکاری بسیار حساس است و اختلافات در هندسه یک پره نسبت به پره دیگر غیر قابل اجتناب است که یکی از دلایل ویژه آن سایش ابزار در طی فرایند ماشینکاری است [۲۱]. چندپارچه سازی موتور یا اجزای اصلی آن نظیر توربین که منوط به استفاده از اتصالات غیردائم می باشد، امکان بازرسی قطعات و پایش آسان تر وضعیت آنها را فراهم می سازد. این ویژگی برای موتورهایی که به عنوان هسته مرکزی سایر موتورها استفاده می شوند و موتورهای سنگین و با ابعاد بزرگ که میزان مواد مورد استفاده در اجزای آنها بالاست و خرابی یک بخش کوچک موتور در صورت امکان تعویض تنها آن بخش سبب کاهش شدید هزینه ها می شود حائز اهمیت است، اما در مورد موتورهای کوچک (میکرو توربو و تا اندازه ای مینی توربوها)

دیسک غیرهمگن که تحت تأثیر گرادیان حرارتی نیز قرار دارد را با استفاده از تقسیم دیسک به چندین حلقه محاسبه نموده و سپس از روش ابر کره های محاطی<sup>۱۷</sup> به بهینه سازی پروفیل هندسه دیسک دوار پرداختند [۱۲]. در این روش قطر ابر کره محاطی به گونه ای به دست می آید که تمامی قیود، از جمله قید استحکام، برآورده گردند. جاهد<sup>۱۸</sup> و همکاران با استفاده از روش حلقه کردن دیسک، به ارائه روشی نیمه تحلیلی برای بهینه سازی وزن دیسک غیرهمگن دوار که تحت گرادیان های حرارتی نیز قرار دارد پرداختند [۱۳]. شهریاری و همکاران نیز دیسک ردیف دوم توربین موتور توربین گاز هوایی J85-21-GE که پیرامون شعاع خارجی خود دارای قالب های نگه دارنده پره می باشد را با استفاده از یک الگوریتم بهینه سازی ترکیبی بهینه سازی وزنی نمودند [۱۴]. کایرو<sup>۱۹</sup> و سرچنت<sup>۲۰</sup> با حمایت نیروی هوایی امریکا طرحی مبتکرانه را برای روتور توربین های پیشرفته ارائه کردند که می تواند تأثیری شگرف در موتورهای آینده داشته باشد و آن استفاده از دیسک دوجانه<sup>۲۱</sup> است که وزن روتور را کمینه می کند [۱۵]. گوتزویلر<sup>۲۲</sup> بهینه سازی دیسک های توربوماشین متقارن محوری را بر اساس مدل تنش صفحه ای و قید استحکام استاتیکی به کمک الگوریتم ژنتیک ارائه نمود [۱۶].

در این مقاله، ابتدا دیسک توربین گازی به چندین دیسک با ضخامت ثابت تقسیم می شود تا بتوان جرم کلی دیسک را تخمین زد. در ادامه با نوشتن معادلات تعادل برای هر یک از دیسک ها و ترکیب آنها با هم سیستم معادلات تعادل برای کل دیسک استخراج و با استفاده از آن تنش های موجود در دیسک محاسبه می گردد. پس از تعیین جرم و تنش ها در داخل دیسک، تابع هزینه و توابع قید سینماتیکی و سینتیکی برای بهینه سازی جرم دیسک بیان و فرمول بندی و پروفیل بهینه دیسک استخراج می گردد.

## ۲. انتخاب اتصال مناسب پره به دیسک

رهیافت معمول جهت اتصال مکانیکی پرها به دیسک، از طریق شکل های ریشه صنوبری یا دم چلچله ای است که به علت وجود شکاف های محدودکننده عمر روی ریم دیسک، که نتیجه آنها ایجاد تمرکز تنش در این شکافهاست، سرعت روتور را محدود می کند. مشکل بزرگ تر این است که قالب های باقیمانده روی ریم دیسک، که در مقابل نیروی پرها عمل می کنند، وزن مرده ای به دیسک تحمیل می کنند. پیامد سرعت بیشتر دیسک، نیروی اعمالی بیشتر

که تعداد قطعات آنها و حجم آنها پایین است و اجزای اصلی مثلاً توربین غالباً تک‌ردیفه هستند و بازرسی آنها آسان و تعویض کل قطعه در صورت واماندگی مقرون به صرفه است اجزای اصلی موتور به صورت یکپارچه ساخته می‌شوند. به طور کلی از مزایای استفاده از بلیسک می‌توان به کاهش ناچ‌ها و در نتیجه کاهش نقاط ایجاد تمرکز تنش و افزایش دوام، کاهش وزن، کاهش نابالانسی، عیب‌یابی آسان، کاهش پیچیدگی، کاهش هزینه و کاهش زمان مونتاژ با کاهش تعداد قطعات اصلی اشاره کرد. چون پره‌های موتورهای جدید به صورت سه‌بعدی (دارای پیچش و کجی) بوده و ممکن است دارای شروود باشند، فرایند ساخت بلیسکی آنها بسیار سخت و زمان‌بر است؛ لذا لازم است روش‌های مقرون به صرفه برای این کار پیدا شود. در پیشرفته‌ترین فناوری اخیر، پره‌ها با استفاده از جوشکاری اصطکاکی خطی<sup>۲۷</sup> به دیسک متصل می‌شوند. از جوشکاری اصطکاکی خطی همچنین جهت جایگزینی تک پره‌های آسیب‌دیده در بلیسک‌ها استفاده می‌شود. با بررسی فعالیت‌های انجام‌شده جهت ساخت بلیسک در سرتاسر دنیا فرایندهای ساخت را می‌توان در پنج گروه دسته‌بندی کرد:

۱. ماشینکاری سی.ان.سی. چندمحوره
۲. ریخته‌گری دقیق با یا بدون EDM<sup>۲۸</sup> تکمیلی
۳. فورج با قالب با EDM تکمیلی
۴. ماشینکاری الکتروشیمیایی<sup>۲۹</sup> بلیسک از یک قطعه
۵. اتصال ایزواستاتیک داغ<sup>۳۰</sup> پرها و دیسک

از فناوری‌های فوق، HIP پیشرفته‌ترین فناوری است که با عیب نزدیک به صفر و شکل نزدیک به شکل نهایی جهت تولید بلیسک استفاده می‌شود.

### ۳. انتخاب اتصال مناسب دیسک به شفت

بسته به مشخصات عملکردی و هندسی موتور، نوع موتور و میزان تلرانس‌ها، روش‌های متفاوتی جهت اتصال توربین به شفت و انتقال گشتاور توربین به شفت و کمپرسور استفاده می‌شود. به طور کلی این روش‌ها می‌توانند به صورت استفاده از روتور یکپارچه، خار، هزارخاری، انطباق پرس، جوش‌های مختلف، رینگ گشتاور در دیسک خودنگه‌دارشده، پیچ، اسپول و روش‌های ترکیبی باشند. دیسک‌ها به روش انطباق فشاری - انقباضی روی شفت نصب می‌شوند تا از طرفی هم‌محور شدن محور تقارن آنها با محور تقارن شفت برآورده شود و از طرف دیگر محکم‌بودن آنها برای انتقال

گشتاور پره به دیسک تضمین شود. این روش نصب باعث ایجاد یک فشار تماسی بین دیسک و شفت می‌شود. تنش‌های شعاعی در سوراخ این نوع دیسک‌ها در زمان سکون روتور بیشترین مقدار را دارند. با افزایش سرعت زاویه‌ای، تنش‌های شعاعی در سوراخ دیسک کاهش یافته و در یک سرعت معین برابر صفر می‌شوند. از این حد سرعت به بعد، با افزایش سرعت زاویه‌ای، امکان ایجاد لقی بین شفت و سوراخ دیسک وجود دارد؛ به عبارت دیگر دیسک شل می‌شود. سرعت زاویه‌ای خاصی را که به ازای آن تنش‌های شعاعی در این نوع دیسک‌ها برابر صفر می‌شوند، سرعت زاویه‌ای شل‌شدگی می‌نامند و با  $\omega_c$  نشان می‌دهند. کشش تداخلی<sup>۳۱</sup> این نوع دیسک‌ها باید به گونه‌ای انتخاب شود که دیسک در کل محدوده سرعت‌های احتمالی روتور نتواند شل شود. به عنوان یک استاندارد، اگر سرعت زاویه‌ای شل‌شدگی به اندازه ۱۵ تا ۲۰ درصد بیشتر از سرعت زاویه‌ای کاری باشد، کارکرد اطمینان بخش روتور تضمین می‌شود [۲۲].

### ۴. حل ترموالاستیک دیسک دوار غیرهمگن با ضخامت متغیر

در شکل ۱ دیسک ضخامت متغیر و المانی از آن با بارگذاری مربوطه نمایش داده شده است. این المان باید در حال تعادل باشد، لذا می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} & (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)(h + dh)d\theta - \\ & \sigma_r r h d\theta - 2\sigma_\theta \left( h + \frac{dh}{2} \right) dr \sin\left(\frac{d\theta}{2}\right) + \\ & \left( r + \frac{dr}{2} \right) d\theta \left( h + \frac{dh}{2} \right) dr \rho r \omega^2 = 0 \end{aligned} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{h} \frac{dh}{dr} \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho r \omega^2 = 0$$

دیسک دوار غیرهمگن با ضخامت متغیر به تعداد محدودی حلقه تجزیه می‌شود. هر حلقه تحت فشار داخلی، فشار خارجی، نیروی گریز از مرکز و تغییرات دماست. برای چنین حلقه‌ای از تغییرات ضخامت و خواص ماده صرف‌نظر می‌شود. با جایگذاری در معادلات مؤلفه‌های تنش شعاعی و محیطی به صورت زیر قابل استخراج است:

$$\begin{aligned} \sigma_r = E \left[ \frac{c_1}{1-\nu} - \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} \right] - \frac{E}{r^2} \int_{r_i}^r \xi \alpha T d\xi \\ - \rho \frac{3+\nu}{8} \omega^2 r^2 \end{aligned} \quad (۲)$$

$$a_{12} = \frac{2}{E} \frac{r_i r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$a_{21} = -\frac{2}{E} \frac{r_i^2 r_o}{r_o^2 - r_i^2}$$

$$a_{22} = \frac{1+\nu}{E} \frac{r_o^3}{r_o^2 - r_i^2} \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{r_i^2}{r_o^2} \right) \quad (7)$$

$$b_1 = \frac{2r_i}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi \quad (8)$$

$$b_2 = \frac{2r_o}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi$$

$$d_1 = \frac{\rho}{8E} \omega^2 r_i (2r_i^2 + 6r_o^2 - 2\nu r_i^2 + 2\nu r_o^2) \quad (9)$$

$$d_2 = \frac{\rho}{8E} \omega^2 r_o (2r_o^2 + 6r_i^2 + 2\nu r_i^2 - 2\nu r_o^2)$$

برای آنکه بتوان آثار ضخامت را لحاظ کرد، تنش شعاعی و محیطی به صورت زیر بیان می شود:

$$\sigma_r = \frac{F_r}{h}, \quad \sigma_\theta = \frac{F_\theta}{h} \quad (10)$$

که در آن  $F_\theta$  و  $F_r$  به ترتیب نیروهای شعاعی و محیطی بر واحد طول بوده و  $h$  نیز ضخامت هر کدام از رینگ های مورد استفاده است. با جایگذاری رابطه ۱۰ در معادله ۶ می توان نوشت:

$$h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_\theta \end{Bmatrix} + h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} + h \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

پس از یافتن معادله ۱۱ برای هریک از رینگ ها و اعمال شرط سازگاری جابه جایی در مرزها، معادله کلی ۱۲ به دست خواهد آمد، که یک دستگاه معادلات خطی است:

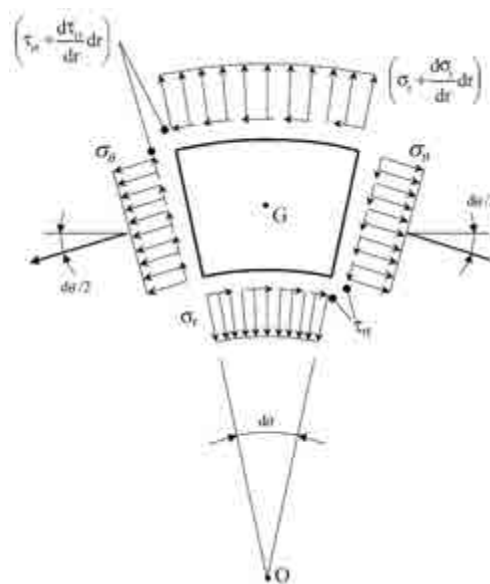
$$[K]U = F + [K]B + [K]D \quad (12)$$

که در آن  $F, U, K, B$  و  $D$  فرم تجمیم شده پارامترهای موجود در معادله ۱۱ است. معادله ۱۲ برای یافتن بردار  $U$  حل می شود، سپس با استفاده از معادله ۱۱ می توان مقدار نیرو به واحد طول را برای هر یک از رینگ ها محاسبه کرد. با استفاده از نیروها می توان مقدار تنش های شعاعی و محیطی را محاسبه کرد، سپس با استفاده از رابطه تنش معادل فون مایزس، تنش معادل برای طراحی دیسک از رابطه ۱۳ محاسبه می شود.

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2} - \sigma_r \sigma_\theta \quad (13)$$

با در نظر گرفتن مدل تنش صفحه ای و با استفاده از برنامه ای که بر مبنای مدل المان محدود یک بعدی نوشته می شود، تنش و جابه جایی محاسبه می شوند. برنامه توانایی دارد که مقادیر مدول

$$\sigma_\theta = E \left[ \frac{c_1}{1-\nu} + \frac{c_2}{(1+\nu)r^2} \right] + \frac{E}{r^2} \int_{r_i}^r \xi \alpha T d\xi - \alpha E T - \rho \frac{1+3\nu}{8} \omega^2 r^2 \quad (3)$$



شکل ۱. المانی از دیسک با ضخامت متغیر به همراه توزیع تنش روی آن

حال می توان مقادیر ثابت  $c_1$  و  $c_2$  را با توجه به شرایط مرزی مسئله یافت. این شرایط عبارت اند از:

$$\sigma_r(r=r_i) = \sigma_i, \quad \sigma_r(r=r_o) = \sigma_o \quad (4)$$

با اعمال شرایط مرزی ۴ می توان نوشت:

$$c_1 = \frac{1-\nu}{E} \left[ \frac{\sigma_o r_o^2 - \sigma_i r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + \frac{E}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi \right] + \frac{1-\nu}{E} \left[ \rho \omega^2 \frac{3+\nu}{8} (r_i^2 + r_o^2) \right]$$

$$c_2 = \frac{1+\nu}{E} \left( \frac{r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \right) \left[ \sigma_o - \sigma_i + \frac{E}{r_o^2} \int_{r_i}^{r_o} \xi \alpha T d\xi \right] + \frac{1+\nu}{E} \left( \frac{r_i^2 r_o^2}{r_o^2 - r_i^2} \right) \left[ \rho \omega^2 \frac{(3+\nu)}{8} (r_o^2 - r_i^2) \right] \quad (5)$$

با جایگذاری ثابت های فوق در معادلات ۲ و ۳ می توان جابه جایی شعاعی را برای مرز داخلی و خارجی دیسک به صورت زیر یافت:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_i \\ \sigma_o \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

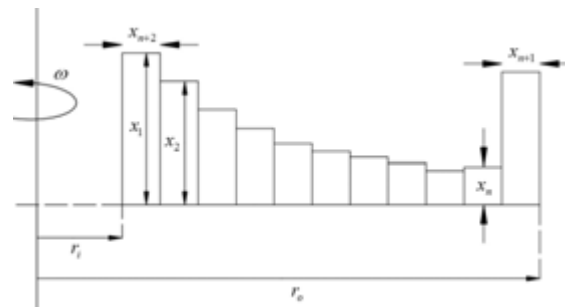
$$a_{11} = \frac{1+\nu}{E} \frac{-r_i^3}{r_o^2 - r_i^2} \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} + \frac{r_o^2}{r_i^2} \right)$$

الاستیسیته، چگالی، ضریب انبساط حرارتی و ضریب پواسون را به صورت تابعی از شعاع به عنوان ورودی دریافت و مقدار تنش معادل را با استفاده از معیار فون مایزس تعیین نماید.

### ۵. متغیرهای طراحی در طراحی بهینه دیسک

در شکل ۲ یک دیسک حلقه حلقه شده نمایش داده شده است. متغیرهای طراحی این دیسک عبارتند از ضخامت تمامی حلقه‌های به جز حلقه بیرونی، که در واقع ضخامت آن توسط پره‌های روتور تعیین می‌شود، پهناهای دو حلقه داخلی و خارجی و شعاع سوراخ دیسک. با توجه به مطالب فوق اگر دیسک به  $N+1$  حلقه تقسیم شود، تعداد متغیرهای طراحی  $N+3$  عدد خواهد بود. بنابراین بردار متغیرهای طراحی به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ r_i = x_{n+3} \end{Bmatrix} \quad (14)$$



شکل ۲. یک دیسک حلقه حلقه شده و متغیرهای طراحی آن برای مدل تنش صفحه‌ای

به ترتیب اهمیت مکان‌های بین آنها را پر می‌کنند. الگوریتم روش فوق در ۶ گام اجرا می‌شود [۲۳-۲۵].

۱. ابتدا  $m$  عضو به صورت منظم یا تصادفی در فضای متغیرهای طراحی تولید می‌گردد، سپس مقدار تابع برازش برای هر عضو محاسبه می‌شود.

۲. با توجه به مقادیر تابع برازش،  $m$  عضو به صف می‌شوند. در اینجا مسئله یک مسئله یافتن کمینه در نظر گرفته می‌شود، در این صورت اعضاء با توجه به مقدار تابع برازششان به طور صعودی مرتب خواهند شد.

۳. بر مبنای موقعیت هر خانواده در صف به آن خانواده فضای جستجوی اختصاص داده می‌شود. اولین خانواده (بهترین خانواده) کوچکترین فضای جستجو و آخرین خانواده (بدترین) بزرگترین فضای جستجو را خواهد داشت.

۴. بر اساس یک فرایند زادوولد،  $s$  عضو در هر خانواده و در فضای جستجو تولید می‌شود. سپس تمامی کودکان و والدین آنها برای زنده ماندن به رقابت می‌پردازند و در پایان بهترین عضو زنده مانده و به عنوان والد به گام بعدی راه می‌یابد.

۵. فضای جستجو کوچک تر می‌شود.

۶. اگر معیار توقف برآورده نگردد به گام ۲ بازگشت می‌شود. بهترین معیار توقف برای الگوریتم فوق می‌تواند رسیدن به یک فضای جستجوی کوچک از پیش تعیین شده باشد. با توجه به مطالب بالا الگوریتم LCA دارای چهار عملگر اصلی است: تولید مثل، مرتب‌سازی، تخصیص فضای جستجو و انقباض فضای جستجو.

### ۷. اعتبارسنجی نتایج برنامه طراحی دیسک

نتایج برنامه طراحی دیسک با نتایج حاصل از موارد معتبر مختلف مورد مقایسه قرار گرفت. مثال‌های نمونه جهت بررسی درستی برنامه طراحی دیسک از منبع [۸] استخراج شده‌اند. در تمامی حالات قیود مورد نظر بر مسئله اعمال شده و حجم دیسک مورد نظر به عنوان تابع هزینه مورد مقایسه قرار گرفته است. به عنوان مثال اول، جدول ۱ مقادیر پارامترهای ورودی برای حل مسئله بهینه را نشان می‌دهد. برای بررسی همگرایی مسئله نخست لازم است تعداد مناسب رینگ‌ها محاسبه شود. برای این منظور مسئله برای تعداد مختلف رینگ حل شده و جواب حاصل در هر حالت بر حسب تعداد

### ۶. الگوریتم طراحی بهینه دیسک

الگوریتم رقابتی ترتیبی<sup>۳۳</sup> یک الگوریتم تکاملی جدید است، هر چند که ماهیت آن با دیگر الگوریتم‌های تکاملی متفاوت است. در این الگوریتم تمامی اعضای خانواده‌ها از یکدیگر مستقل بوده و با یک فرایند تولیدمثل زادوولد می‌کنند. در این الگوریتم در دو سطح رقابت بین اعضای خانواده‌ها صورت می‌گیرد یکی در داخل خانواده به منظور زنده ماندن اعضا یا عضو برتر و دیگری رقابت بین خانواده‌هاست که در آن بر اساس مقدار تابع برازش خانواده‌ها به صف می‌شوند. در این حالت بهترین خانواده در اولین مکان صف و بدترین آنها در آخرین مکان صف قرار می‌گیرند و دیگر خانواده‌ها

سطوح تنش را در پی داشت (شکل ۴). حجم دیسک با استفاده از برنامه طراحی دیسک، که هدف آن کاهش وزن دیسک بوده است، از ۱۷۳/۶۳ اینچ مکعب در مورد پروفیل دیسک هایپربولیک استودولا و ۲۰۳/۶۷ اینچ مکعب در مورد پروفیل دیسک بهینه شده توسط سیرج و سورنا به ۱۰۸/۰۰۴۷ اینچ مکعب کاهش یافته است که به ترتیب باعث کاهش حجم به میزان مقدار ۳۷/۸۰ درصد و ۴۶/۹۷ درصد شده است. شکل های ۵ و ۶ به ترتیب پروفیل دیسک و توزیع تنش در دیسک مورد طراحی را نشان می دهند. همچنین جدول ۲ مقایسه تنش های شعاعی و مماسی و حجم دیسک را در هر یک از دیسک های ضخامت ثابت، پروفیل هایپربولیک استودولا، بهینه سازی شده توسط سیرج و سورنا و برنامه طراحی دیسک نشان می دهد.

جدول ۲. تنش های شعاعی و مماسی در دیسک با پروفیل های مختلف

نوع طراحی	ضخامت ثابت	دیسک استودولا	سیرج و سورنا	برنامه طراحی
بیشینه تنش محیطی (psi)	۴۲۹۵۱/۰۵	۱۸۹۷۵/۴۸	۱۴۷۱۷/۶۷	۱۸۲۰۰
بیشینه تنش شعاعی (psi)	۱۵۵۶۴/۲۳	۱۲۷۲۳/۳۴	۱۴۷۱۷/۳۰	۱۸۰۰۰
حجم دیسک (in <sup>3</sup> )	۷۹۱/۶۸	۱۷۳/۶۳	۲۰۳/۶۷	۱۰۸

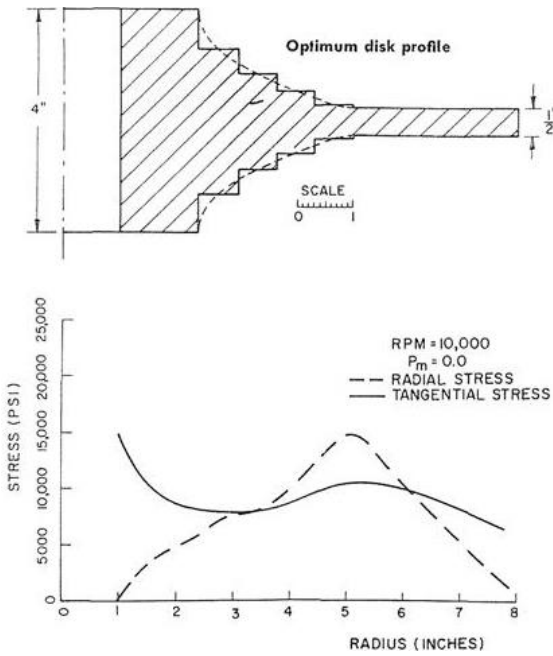
جدول ۳ پارامترهای ورودی برای مثال دو را نشان می دهد. در این مسئله فرض شده است که ضخامت ریم داخلی برابر ۶ اینچ باشد. شکل ۷ نیز پروفیل ارائه شده توسط سیرج و سورنا را نمایش می دهد. این پروفیل باعث کاهش سطح تنش محیطی نسبت به دیسک معادل ضخامت ثابت و یکنواخت شدن تقریبی استحکام شده و حجم دیسک نیز حدود ۳۱ درصد کاهش یافته است. با استفاده از برنامه طراحی دیسک مقدار حجم دیسک از ۲۲۷/۷۹ به ۱۲۲/۳۰ کاهش یافته است که مقدار ۴۶/۳۱ درصد بهبود را نشان می دهد. شکل های ۸ و ۹ نیز به ترتیب پروفیل و توزیع تنش دیسک طراحی شده با برنامه طراحی را نمایش می دهند. همان گونه که مشاهده می شود، دیسک به دست آمده دارای تنش نسبتاً یکنواختی در جهت شعاعی است که برای طراحی دیسک دوار یک حالت بسیار ایده آل و مطلوب محسوب می شود. شکل ۱۰ نیز برش ۹۰ درجه از دیسک را ارائه می دهد.

رینگ ترسیم می شود. زمانی که میزان تغییرات تا حد قابل قبولی کم باشد، می توان گفت همگرایی حاصل شده است. تعداد رینگ قابل قبول برای این مسئله ۲۱ است. گفتنی است تعداد رینگ به دست آمده ممکن است برای مسائل دیگر متفاوت باشد، لذا لازم است کاربر برای هر مسئله ابتدا یک آنالیز همگرایی انجام دهد تا از صحت نتایج اطمینان حاصل نماید. شکل ۳ پروفیل و توزیع تنش شعاعی و محیطی در دیسک هایپربولیک استودولا را نمایش می دهد.

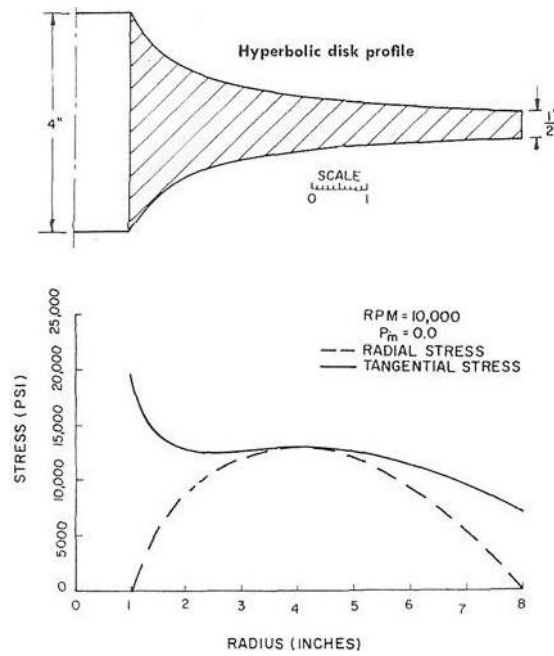
جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده برای مثال اول

پارامتر	مقدار
شعاع داخلی	$r_i = 1 \text{ in}$
شعاع خارجی	$r_o = 8 \text{ in}$
مدول الاستیسیته	$E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$
ضریب پواسون	$\nu = 0.3$
سرعت دوران	$\omega = 10000 \text{ rpm}$
چگالی	$\rho = 7.44 \times 10^{-4} \text{ slug / in}^3$
فشار داخلی در سوراخ دیسک	$P_i = 0 \text{ psi}$
فشار خارجی در محیط خارجی	$P_o = 0 \text{ psi}$
تنش مجاز	$\sigma_{all} = 18000 \text{ psi}$
ضریب ایمنی	$S_f = 1$
وتر محوری ایرفویل هاب پره	$Axial \text{ Chord} = 0.5 \text{ in}$
حد پایینی ضخامت	$0.5 \text{ in}$

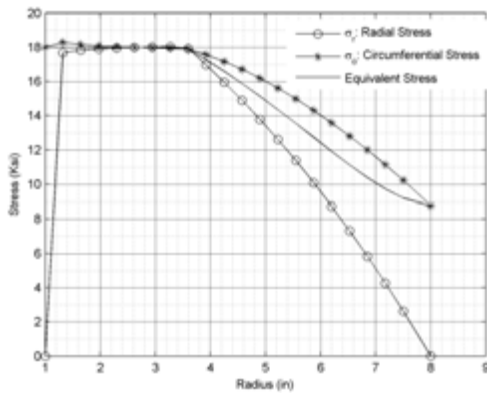
استودولا جهت بهینه ساختن دیسک با ضخامت ثابت استفاده از پروفیل هایپربولیک را برای دیسک پیشنهاد کرد که کاهش تنش ها به خصوص تنش های محیطی را در پی داشته است. این طرح بیشینه تنش محیطی را بیشتر از ۵۰ درصد کاهش داده و سبب کاهش نزدیک به ۸۰ درصد حجم دیسک شده است. سیرج و سورنا با انجام یک فرایند بهینه سازی روی دیسک با پروفیل هایپربولیک استودولا، که هدف آن کاهش سطوح تنش بود، طرحی با استحکام نزدیک به استحکام یکنواخت ارائه کردند؛ هرچند که این عمل باعث افزایش حجم دیسک نسبت به پروفیل هایپربولیک شد، اما کاهش



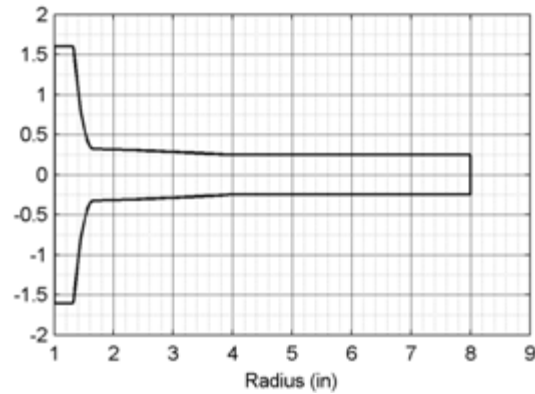
شکل ۴. پروفیل و توزیع تنش دیسک بهینه‌سازی شده توسط سیرج و سورنا مربوط به مثال اول [۸]



شکل ۳. پروفیل و توزیع تنش شعاعی و محیطی در دیسک هایپربولیک استودولا [۸]



شکل ۶. توزیع تنش حاصل از برنامه طراحی دیسک برای مثال اول



شکل ۵. پروفیل دیسک حاصل از برنامه طراحی دیسک برای مثال اول

## ۸. طراحی بهینه دیسک توربین موتور مینی توربوجت

### خاص

ممکن؛ یعنی نزدیک استحکام تسلیم محلی دیسک (که برحسب دما متغیر است) نیز قابل مشاهده خواهد بود. سپس دیسک برای بار واقعی طراحی می‌شود. ماده مورد استفاده برای این دیسک، سوپرآلیاژ اینکونل ۷۱۸ است. خواص فیزیکی و مکانیکی متغیر با دمای این ماده از مرجع [۲۶] استخراج شده است. منحنی‌های تغییرات این خواص برحسب دما از شکل ۱۱ تا ۱۴ نمایش داده شده‌اند.

پارامترهای ورودی جهت تعریف صورت مسئله در جدول ۴ آمده است. در این طراحی، نخست مقدار نیروی ناشی از پرها که روی مرز خارجی دیسک عمل می‌کند، چندین برابر حالت واقعی تعریف می‌شود و برای دو حالت ضریب ایمنی ۱ و ۱/۲ جواب‌ها مقایسه می‌گردند. بدین ترتیب می‌توان نواحی از دیسک که حساسیت بیشتری دارند را تشخیص داد. نگاه داشتن تنش‌ها در بیشینه مقدار



جدول ۳. پارامترهای مورد استفاده

برای مثال دوم

پارامتر	مقدار
شعاع داخلی و خارجی	$r_i = 1 \text{ in}$ , $r_o = 6 \text{ in}$
مدول الاستیسیته	$E = 30 \times 10^6 \text{ psi}$
ضریب پواسون	$\nu = 0.3$
سرعت دوران	$\omega = 10000 \text{ rpm}$
چگالی	$\rho = 7.44 \times 10^{-4} \text{ slug / in}^3$
فشار داخلی در سوراخ دیسک	$P_i = 1001 \text{ psi}$
فشار خارجی در محیط خارجی	$P_o = 0 \text{ psi}$
تنش مجاز	$\sigma_{all} = 15000 \text{ psi}$
ضریب ایمنی	$S_f = 1$
وتر محوری پره	$\text{Axial Chord} = 3 \text{ in}$
حد پایینی ضخامت	$h_i = 0.6 \text{ in}$

جدول ۴. پارامترهای ورودی طراحی دیسک

توربین یک موتور مینی توربو جت خاص

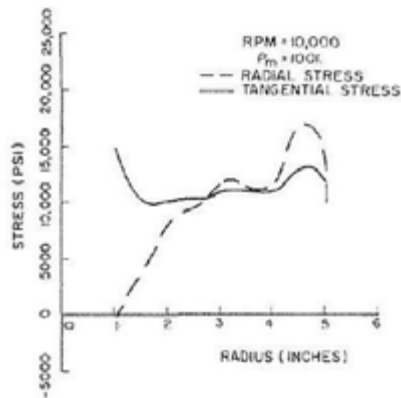
پارامتر	مقدار
شعاع داخلی	$r_i = 7.5 \text{ mm}$
شعاع خارجی	$r_o = 55.6 \text{ mm}$
سرعت دوران	$\omega = 54000 \text{ rpm}$
چگالی	$\rho = 8221 \text{ kg / m}^3$
نیروها	$F_i = 1200 \text{ N}$ $F_o = 3510 \text{ N}$
ضریب ایمنی	$S_f = 1, 1.2$
وتر محوری پره	$\text{Axial chord} = 13 \text{ mm}$
دمای سوراخ دیسک	$T_i = 700 \text{ K}$
دمای تاج دیسک	$T_o = 970 \text{ K}$

با توجه به داده‌های تهیه‌شده فرایند طراحی انجام شد و پروفیل دیسک مطابق آنچه در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نشان داده شده است به‌دست آمد. با استفاده از این پروفیل جرم دیسک برای ضریب اطمینان ۱، ۵۸۷/۳ گرم و برای ضریب اطمینان ۱/۲، ۷۸۴/۶ محاسبه شد. شکل‌های ۱۷ و ۱۸ نمای سه‌بعدی دیسک‌های مزبور را نمایش می‌دهند. برای بررسی دقیق‌تر نتایج طرح به‌دست آمده لازم است توزیع تنش در جهات مختلف را مورد بررسی قرار داد. شکل‌های ۱۹ و ۲۰ توزیع تنش در داخل دیسک‌ها را نمایش می‌دهند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقدار تنش محیطی تقریباً نصف تنش شعاعی است و توزیع یکنواختی دارد. البته باید توجه داشت که این نتیجه در ریم داخلی و ریم خارجی صادق نیست؛ دلیل این امر آن است که در ریم داخلی به‌دلیل نیاز به ایجاد اتصال پرسی مناسب و کارا در تمام رژیم کار موتور و جلوگیری از شل‌شدگی روتور در سرعت‌های بالا دارای طراحی خاص خود بوده و ضخامت این ریم باید به اندازه کافی بزرگ باشد، لذا تنش روی آن به‌مراتب کمتر از تنش در مناطق مجاور به‌دست می‌آید. از طرفی در ریم خارجی چون ضخامت آن از پارامترهای طراحی نیست و با توجه به وتر محوری پره تعیین می‌شود، مقدار تنش به‌دلیل زیادبودن

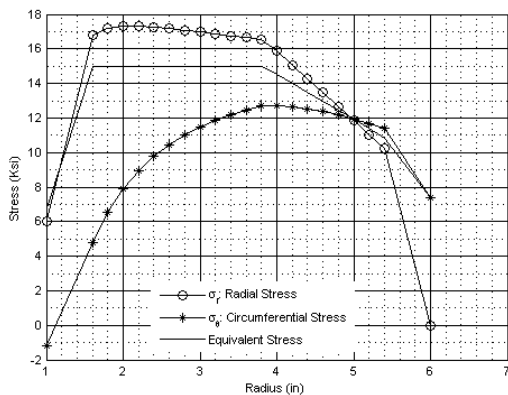
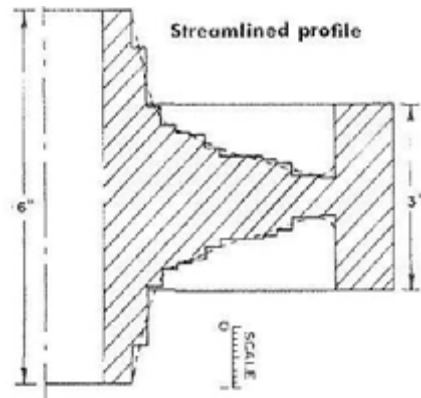
ضخامت مورد استفاده کمتر خواهد بود. مقایسه پروفیل‌ها نشان می‌دهد که برای تحقق ضریب ایمنی ۱/۲ بیشترین تغییر در ضخامت ریم داخلی داده شده است و این ریم در ناحیه تماس با شفت افزایش طول داده است. مقایسه تنش‌ها حاکی از آن است که جهت کمینه‌کردن وزن، تنش‌ها در بیشترین مقدار ممکن هستند به‌طوری‌که تنش در هر نقطه از دیسک کمتر از استحکام تسلیم اینکونل ۷۱۸ در دمای مربوط به آن نقطه از دیسک است. هرچند نمودارهای تنش در دو حالت از لحاظ مقدار متفاوت‌اند و برای ایجاد ضریب ایمنی ۱/۲ سطح تنش‌ها کاهش پیدا کرده است، اما از نظر نرخ تغییرات یکسان‌اند و این حاکی از درستی و دقت برنامه‌های طراحی است. شکل‌های ۲۱ و ۲۲ نرخ جابه‌جایی در دو حالت را نشان می‌دهند که تشابه آنها قابل رویت است. در واقع برنامه برای کمینه‌کردن وزن اجازه بیشینه جابه‌جایی، که به ازای آن هنوز اتصال پرسی دیسک و شفت برقرار می‌ماند، را به دیسک داده است. در حالت واقعی پره‌ها سبب اعمال نیروی ۲۷۹/۵ نیوتن در مرز خارجی دیسک می‌شوند و سایر شرایط ورودی مشابه قبل باقی می‌ماند. در این حالت انتظار می‌رود وزن دیسک پایین‌تر آمده و مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها مانند حالات قبل در بیشینه حالت ممکن باشند. شکل

دیسک و کمینه کردن وزن، تنش‌ها در بیشینه مقدار مجاز نگه داشته شده است. شکل ۲۶ نیز نرخ جابه‌جایی برای موتور مینی توربوجت خاص را نمایش می‌دهد. نرخ تغییرات مشابه حالت‌های قبل بوده و نشان‌دهنده آن است که برنامه طراحی جهت کمینه کردن وزن در نزدیکی محدودیت‌های اعمال شده در طراحی عمل می‌کند و بیشینه جابه‌جایی ممکن در راستای شعاعی را به دیسک می‌دهد تا حالتی بهینه را ارائه کند. شکل ۲۵ نمای سه‌بعدی دیسک طراحی شده برای این موتور مینی توربوجت را نشان می‌شود.

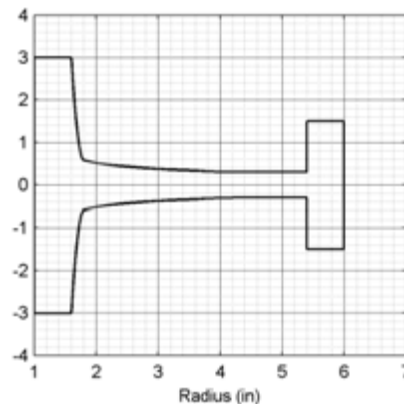
۲۳ پروفیل دیسک واقعی جهت موتور مینی توربوجت خاص را نشان می‌دهد. دیسک برای ضریب ایمنی ۱/۲ طراحی شده و همان‌طور که انتظار می‌رفت نسبت به حالات قبل جرم کمتر شده است. جرم دیسک در این حالت ۲۰۲/۵ گرم است. شکل ۲۴ اما منحنی تغییرات تنش در داخل دیسک جهت موتور مینی توربوجت خاص را نشان می‌دهد. نمودار مشابه حالت قبل برای ضریب ایمنی ۱/۲ است. تنش در هر نقطه از دیسک پایین‌تر از استحکام تسلیم اینکونل ۷۱۸ مربوط به آن نقطه از دیسک است. در واقع برای طراحی بهینه



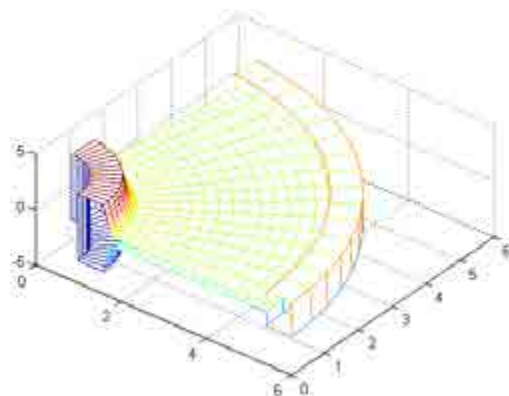
شکل ۷. پروفیل ارائه شده توسط سیرج و سورنا [۸]



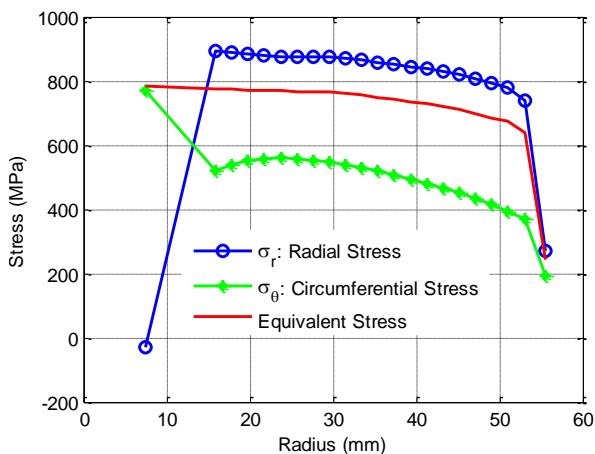
شکل ۹. توزیع تنش در دیسک طراحی شده با برنامه طراحی



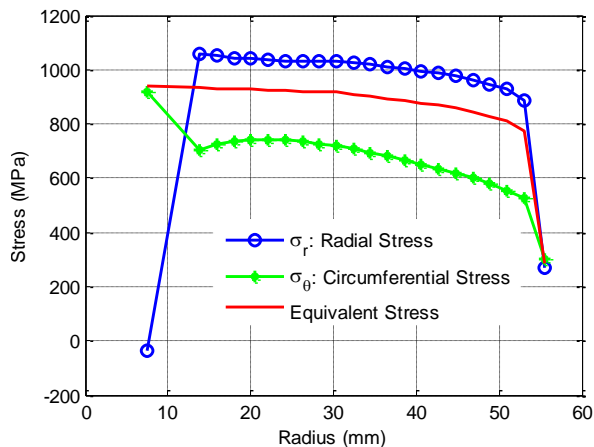
شکل ۸. شکل پروفیل دیسک حاصل از برنامه طراحی



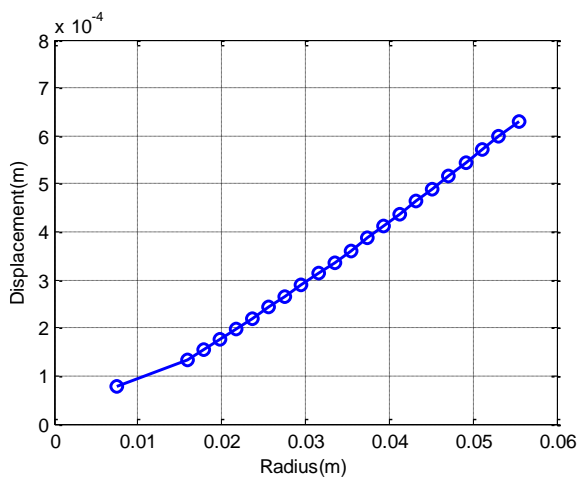
شکل ۱۰. دیسک طراحی شده با برنامه طراحی دیسک - برش ۹۰ درجه



شکل ۱۹. منحنی تغییرات تنش در داخل دیسک بر مبنای ضربه ایمنی ۱

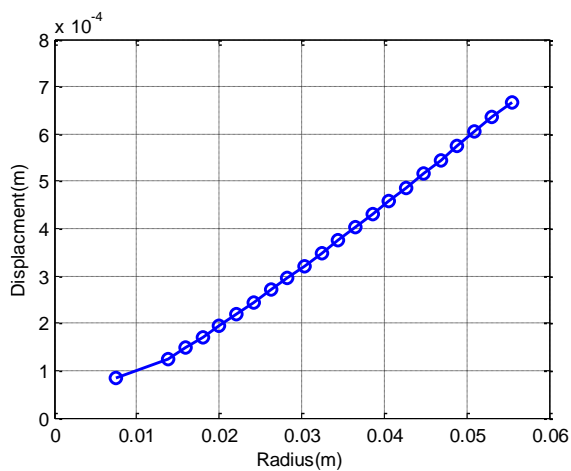


شکل ۲۰. منحنی تغییرات تنش در داخل دیسک بر مبنای ضربه ایمنی ۱/۲



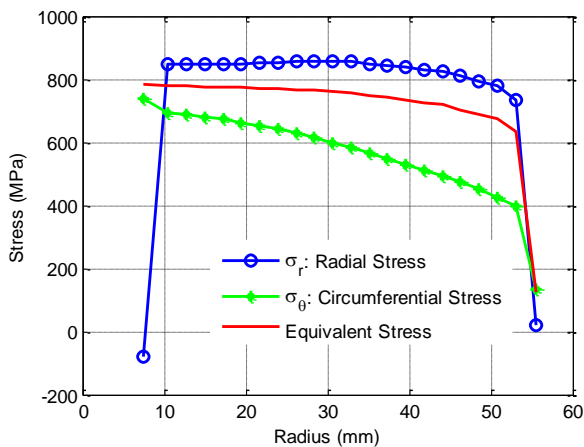
شکل ۲۱. منحنی تغییرات جابه جایی در داخل دیسک

بر مبنای ضربه ایمنی ۱/۲



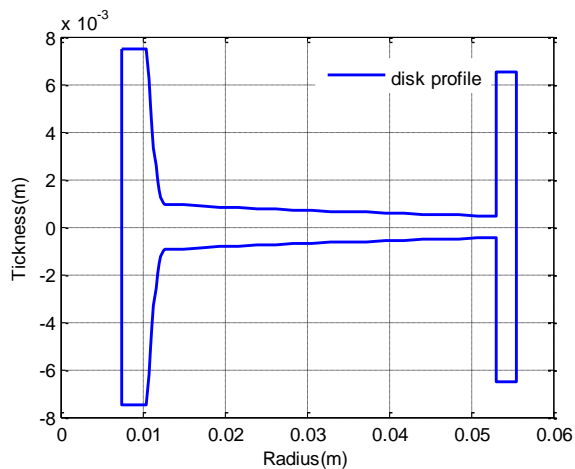
شکل ۲۲. منحنی تغییرات جابه جایی در داخل دیسک

بر مبنای ضربه ایمنی ۱



شکل ۲۳. پروفیل دیسک طراحی شده

جهت موتور مینی توربو جت نمونه



شکل ۲۴. منحنی تغییرات تنش در داخل دیسک طراحی شده

برای موتور مینی توربو جت نمونه

- [6] Eraslan, A., Y. Orcan. "Elastic-plastic deformation of a rotating solid disk of exponentially varying thickness." *Mech. Mat.* 34(7), 2002, pp. 423-432.
- [7] Eraslan, A. N., H. Argeso. "Limit angular velocities of variable thickness rotating disks." *Int. J. Solids. Struct* 39(12), 2002, pp. 3109-3130.
- [8] Seireg, A.A., K.S. Surana. "Optimum design of rotating disks." *Journal of Engineering for Industry*, ASME, 92(1), 1970, pp. 1-10.
- [9] Bhavikatti, S.S., C.V. Ramakrishnan. "Optimum shape design of rotating disks." *Computers and Structures* 11, 1980, pp. 397-401.
- [10] Ray, G.S., B.K. Sinha. "Profile optimization of variable thickness rotating disc." *Computers and Structures* 42(5), 1992, pp. 809-813.
- [11] Luchi, M. L., A. Poggiali, F. Persiani. "An interactive optimization procedure applied to the design of gas turbine discs." *Computers and Structures* 11, 1980, pp. 629-637.
- [12] Farshi, B., H. Jahed, A. Mehrabian. "Optimum design of inhomogeneous non-uniform rotating discs." *Computers and Structures* 82, 2004, pp. 773-779.
- [13] Jahed, H., B. Farshi, J. Bidabadi. "Minimum weight design of inhomogeneous rotating discs." *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 82, 2005, pp. 35-41.
- [۱۴] شهریار، بهروز، محمدرضا کارآموز، شهرام یوسفی و مهدی تاجداری. "بهینه‌سازی سازه دیسک ردیف دوم توربین موتور توربین گاز هوایی J85-21-GE." "پیشران‌ش هوافضایی (۱)، ص. ۵۱-۶۵
- [15] Cairo, R. R., K. A Sargent. "A scientific approach to the process development bonded attachments for high-speed rotor application." *Journal of Engineering for Gas Turbine Engines and Power*, ASME 124, 2002, pp. 190-195.
- [16] Cairo, R. R., K. A. Sargent. "Twin web disk: a step beyond convention." *Journal of Engineering for Gas Turbine Engines and Power*, ASME 124, 2002, pp. 298-302.
- [17] Gutzwiller, David P., Mark G. Turner. "Rapid low fidelity turbomachinery disk optimization." *Advances in Engineering Software* 41, 2010, pp. 779-791.
- [18] Gunston. Bill. *The Cambridge aerospace dictionary*, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge university press و 2009.
- [19] Meisl, C. J. "Life-cycle-cost considerations for launch vehicle liquid propellant rocket engine." *Journal of Propulsion and Power* 4(2), 1988, pp. 26-118.
- [20] Zhan, H., W. Zhao, H. Wang. "Manufacturing turbine blisks." *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* 72(3), 2000, pp. 247-251.
- [21] Feiner, D. M., J. H. Griffin. "Mistuning identification of bladed disks using a fundamental mistuning model-Part II: Application." *Journal of Turbomachinery*, ASME 126(1), 2004, pp. 159-165.
- [22] Kostyuk A., V. Forlov. "Steam and gas turbines." Translated from the Russian by V. Afanasyev, Mir Publishers Moscow, 1988.
- [23] Liexiang, Y. M. Dexian. "Global optimization of non-convex nonlinear programs using Line-up Competition Algorithm." *Computers and Chemical Engineering* 25, 2001, pp. 1601-1610.
- [24] Liexiang, Yan. "Solving combinatorial optimization problems with line-up competition algorithm." *Computers and Chemical Engineering* 27, 2001, pp. 251-258.
- [25] Liexiang, Y., S. Kun, H. Shenghua. "Solving mixed integer nonlinear programming problems with line-up competition algorithm." *Computers and Chemical Engineering* 28, 2004, pp. 2647-2657.
- [26] Federal Aviation Administration (FAA) William J. Hughes Technical Center. *Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS-06)*, USA, 2011.

پی‌نوشت

1. Stodola  
2. V. Petrovsky

3. Donath  
4. Grammel