

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



الکترونیک هسته ای

مدرس: سید روح الله ثمره هاشمی

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۶-۹۷

حد تفکیک در سامانه های طیف سنجی

مطالب این فصل

- نویز
- نسبت سیگنال به نویز، $fwhm$ و شارژ معادل نویز (ENC)
- بهینه سازی نسبت سیگنال به نویز
- نسبت سیگنال به نویز برای سامانه های عملی
- اثرات تودگی
- اثرات بازیابی خط مبنا روی نسبت سیگنال به نویز

نویز

- سیگنال مورد پردازش آغشته به نویز است.
- نویز ناشی از خود آشکارساز و تقویت کننده است.
- برای طراحی فیلتری با بالاترین نسبت سیگنال به نویز لازم است به مشخصات نویز و سیگنال توجه شود.
- نویز الکتریکی معمولاً گوسی با میانگین صفر و ایستادن (stationary) فرض می شود.

is said to be **Wide-Sense Stationary** if

$$(i) E\{X(t)\} = \mu$$

and

$$(ii) E\{X(t_1)X^*(t_2)\} = R_{xx}(t_1 - t_2),$$

- احتمال اینکه ولتاژ نویز بین v و $v+dv$ باشد:

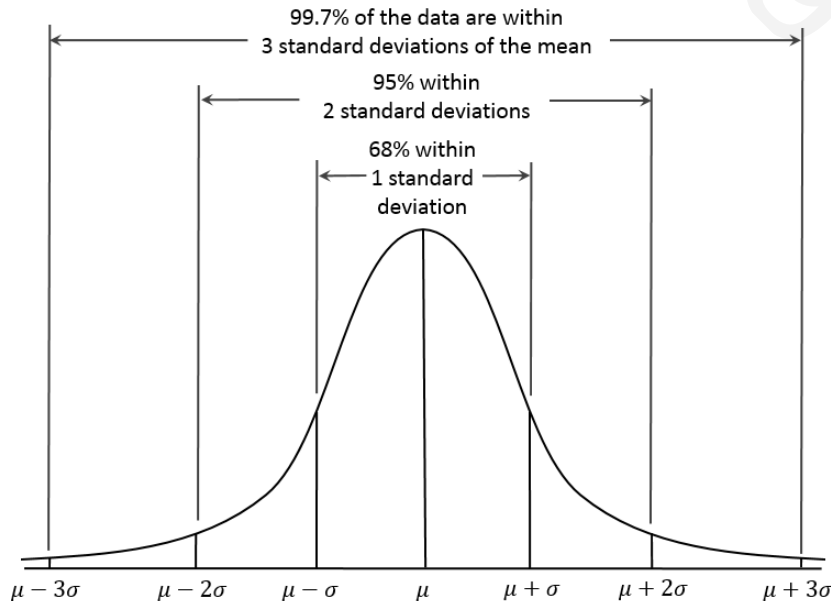
$$\frac{1}{\sigma(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-v^2/2\sigma^2} dv$$

نویز

- واریانس: σ^2 : mean square voltage
- انحراف استاندارد: σ : root mean square voltage
- نویز با تابع مشخصه و چگالی طیفی توان کاملاً مشخص می شود:

$$\varphi(\tau) = E\{x(t)x^*(t - \tau)\}$$

$$F(\omega) = \mathcal{F}\{\varphi(\tau)\}$$



نویز

□ اگر x و y گوسی و مستقل باشند، $x+y$ هم گوسی است و واریانس آن جمع واریانس x و y خواهد بود.

□ برای دو متغیر تصادفی مستقل: $E\{x \cdot y\} = E\{x\} \cdot E\{y\}$

□ محاسبه تابع خودهمبستگی با استفاده از میانگین زمانی:

$$\phi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v(t) v(t + \tau) dt$$

□ عبور نویز از یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان:

$$\phi_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\lambda) \phi_1(\tau - \lambda) d\lambda$$

خودهمبستگی خروجی سیستم

خودهمبستگی

ورودی سیستم

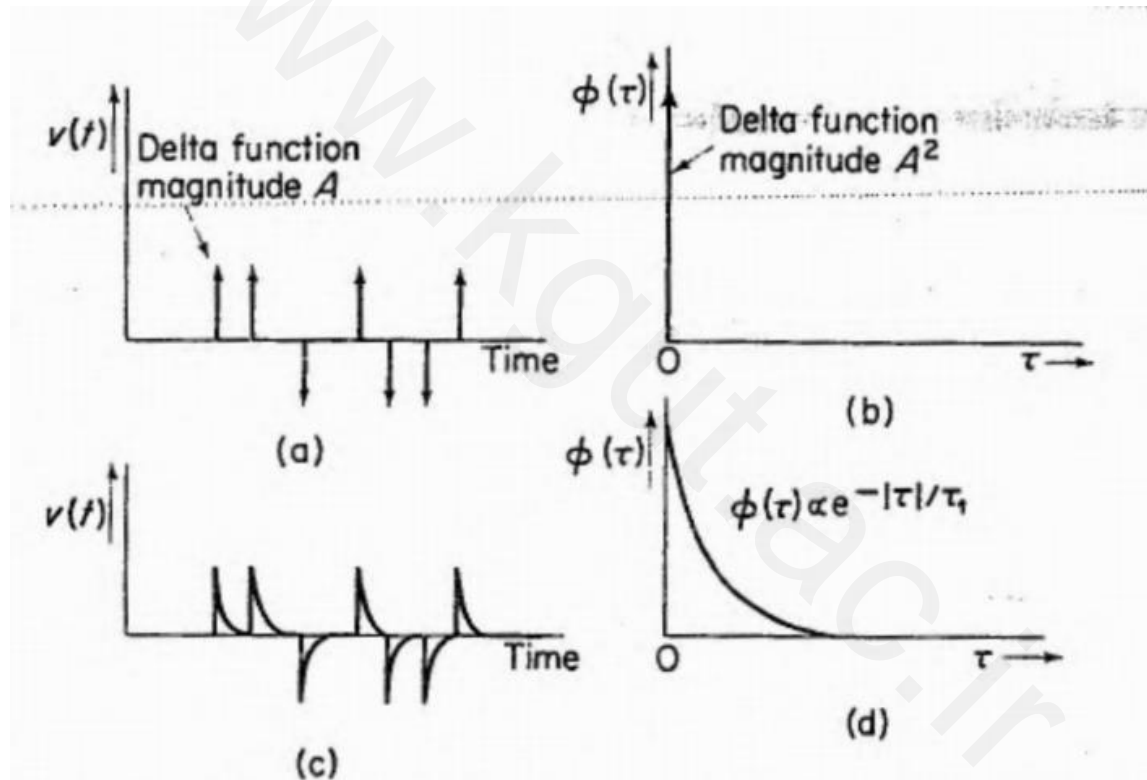
$$\rho(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t + \lambda) dt$$

پاسخ ضربه سیستم

نویز

7

□ مثال: عبور نویز ضربه ای با دامنه $\pm A$ و زمان تصادفی از فیلتر پایین گذر



□ تعریف نویز سفید: تابع خودهمبستگی آن مانند ضربه است (هر نمونه از نمونه دیگر مستقل است).

نویز

8

□ طیف توان:

$$\phi(\tau) = \int_0^{\infty} F(\omega) \cos \omega \tau d\omega$$

$$F(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \phi(\tau) \cos \omega \tau d\tau$$

□ ولتاژ میانگین مربعی: (mean square voltage)

$$v_{rms}^2 = \int_0^{\infty} F(\omega) d\omega$$

□ اگر ورودی با طیف توان $F(\omega)$ از سیستم با پاسخ فرکانسی $H(\omega)$ عبور کند، طیف توان خروجی به صورت $F(\omega) |H(\omega)|^2$ خواهد بود.

□ مثال: محاسبه واریانس خروجی یک فیلتر RC با تابع تبدیل $1/(1 + s\tau_1)$

$$\int_0^{\infty} \frac{F(\omega)}{1 + \omega^2 \tau_1^2} d\omega$$

نویز گرمایی (نویز جانسون)

- نویز ناشی از حرکات گرمایی حامل های بار در یک رسانا (برای حامل های اکثریت مانند الکترونها در مقاومت)

$$\overline{dv^2} = F(\omega) d\omega = \frac{2kTR d\omega}{\pi}$$

- این نویز سفید است. (در عمل سفید نیست ولی پهنای باند بزرگی دارد)
- در صورت عبور این نویز از یک تقویت کننده با پهنای باند Δf :

$$v_{rms}^2(out) = 4kTR\Delta f$$

- یک مقاومت معمولی را می توان به صورت یک منبع ولتاژ نویز سری با یک مقاومت بدون نویز (یا یک منبع جریان نویز موازی با مقاومت بدون نویز) مدل کرد.

نویز ضربه ای جریان (Current shot noise)

- ناشی از نوسانات **تعداد حامل های بار** شرکت کننده در جریان الکتریکی (برخلاف نویز گرمایی که مربوط به نوسانات **سرعت حامل** هاست)
- در مورد حامل های اقلیت اهمیت پیدا می کند.

$$\overline{di^2} = F(\omega) d\omega = \frac{Ie}{\pi} d\omega$$

- در یک دیود با بایاس معکوس: $\overline{di^2} = \frac{I_1 e}{\pi} d\omega$ که I_1 جریان اشباع معکوس دیود است.

- در ترانزیستور دوقطبی در حالت امیتر مشترک در فرکانسهای پایین عمده نویز ناشی از نویز ضربه ای جریان بیس و کلکتور است.
- نویز ضربه ای نیز مانند نویز گرمایی **سفید** است.

نویز فلیکر (لرزشی) Flicker noise

- یک نویز غیر سفید که در فرکانس های پایین اهمیت پیدا می کند.
- تابع چگالی توان آن متناسب با $\frac{1}{\omega^n}$ است که ω عددی بین 0.8 و 1.5 است. (معمولاً ۱ در نظر گرفته می شود).
- در نیمه هادیها به شرایط سطح خیلی بستگی دارد و می توان با فرایند ساخت دقیق آن را کاهش داد.
- ساز و کار تولید این نویز در قطعات مختلف متفاوت است.
- در MOSFET طیف توان آن را می توان به صورت $\frac{K}{C_{ox}WLf}$ مدل کرد.
- این نویز را نویز اضافی (excess noise) نیز می نامند.

نسبت سیگنال به نویز و fwhm

- در اینجا محاسبه fwhm فقط ناشی از نویز منظور است.
- پالس ولتاژ و نویز: $v = V + v_n$
- v_n ولتاژ نویز با واریانس V_n فرض می شود، بنابراین:

$$P(v) = \frac{1}{V_n(2\pi)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(V-v)^2}{2V_n^2}}$$

- برای محاسبه fwhm:

$$e^{-\frac{(V-v)^2}{2V_n^2}} = \frac{1}{2} \quad \text{i.e.} \quad v = V \pm V_n(2 \log_e 2)^{\frac{1}{2}} = V \pm \frac{V_{fwhm}}{2}$$

$$V_{fwhm} = 2V_n(2 \log_e 2)^{\frac{1}{2}} = 2.36V_n$$

- بنابراین:

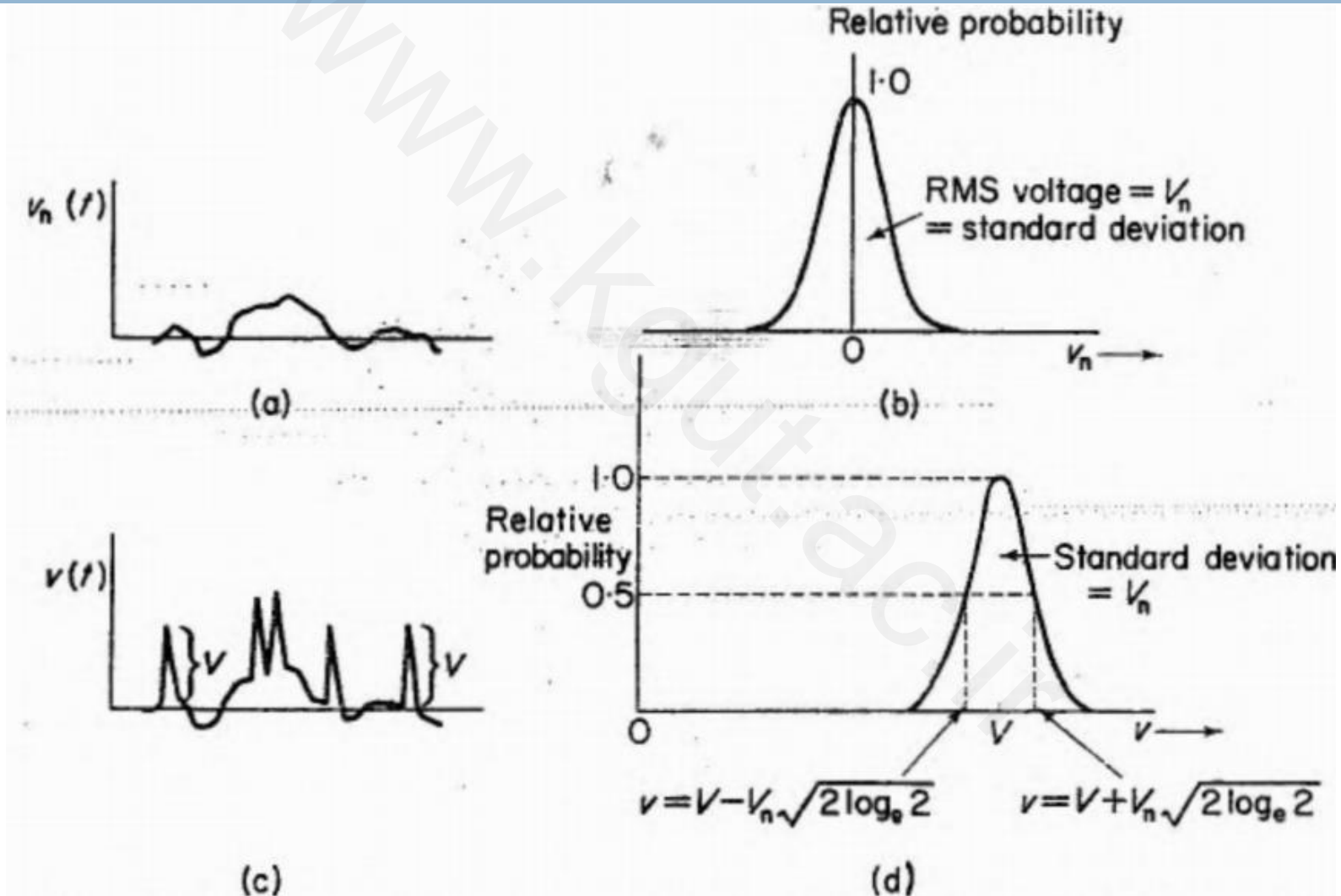
- نسبت سیگنال به نویز $= \frac{V}{V_n}$ ، بنابراین:

$$\frac{V_{fwhm}}{V} = \frac{E_{fwhm}}{E} = 2.36 \frac{V_n}{V} = \frac{2.36}{\eta}$$

نسبت سیگنال به نویز و fwhm

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

13



□ ENC معادل بار الکتریکی است که اگر در آشکارساز ظاهر شود می تواند ولتاژی معادل V_n تولید کند.

□ اگر پرتو هسته ای با انرژی E بار Q (معادل ولتاژ پالس V) در آشکارساز تولید کند، آنگاه:

$$\frac{ENC}{Q} = \frac{V_n}{V} \quad \left(= \frac{E_{fwhm}}{2.36E} \right)$$

□ در آشکارساز سیلیکونی نسبت E/Q برابر 3.6eV برای هر زوج بار

است. بنابراین:

$$E_{fwhm} \text{ (in eV)} = \frac{2.36 \times 3.6}{1.602 \times 10^{-19}} \times (\text{ENC in coulombs})$$

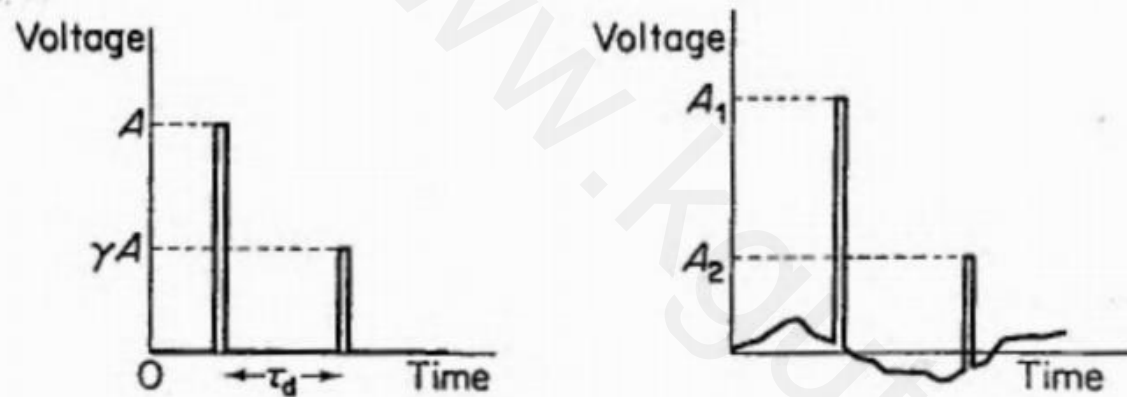
$$= 5.30 \times 10^{19} \times (\text{ENC in coulombs})$$

□ در آشکارساز ژرمانیوم:

$$E_{fwhm} \text{ (in eV)} = 4.27 \times 10^{19} \times (\text{ENC in coulombs})$$

بهینه سازی نسبت سیگنال به نویز

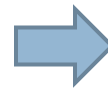
□ مثال: سیگنال زیر آغشته به نویز سفید است:



□ پارامتر اندازه گیری شده: $A_1 + \beta A_2$

□ هدف: تعیین β به طوری که نسبت سیگنال به نویز بهینه شود.

$$\eta^2 = \frac{(\text{Signal})^2}{\text{Variance}} = \frac{A^2(1 + \gamma\beta)^2}{V_n^2(1 + \beta^2)}$$



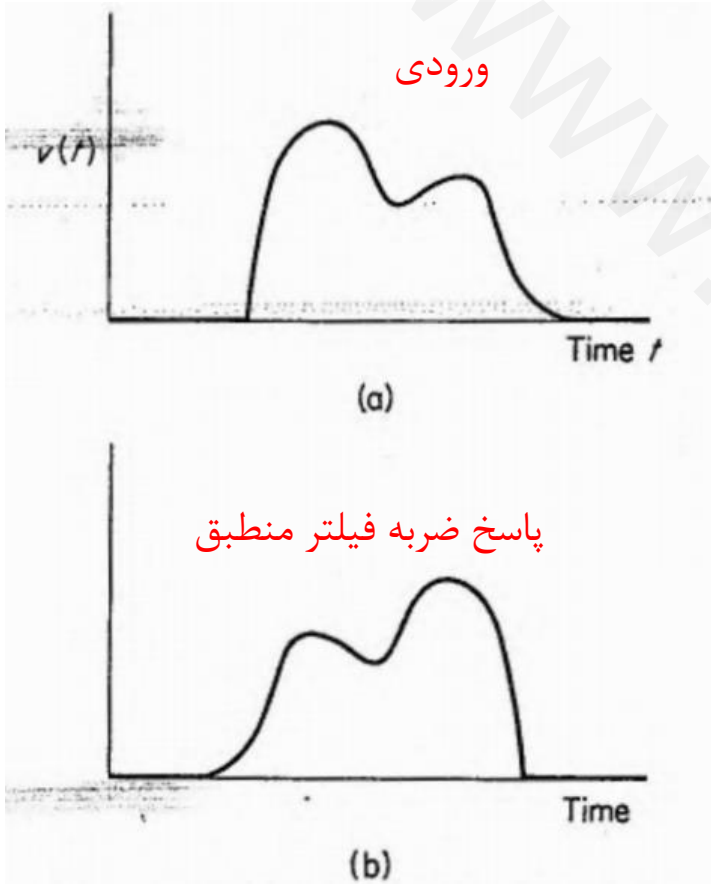
$$\beta = \gamma$$

$$\eta^2 = \frac{A^2}{V_n^2} (1 + \gamma^2)$$

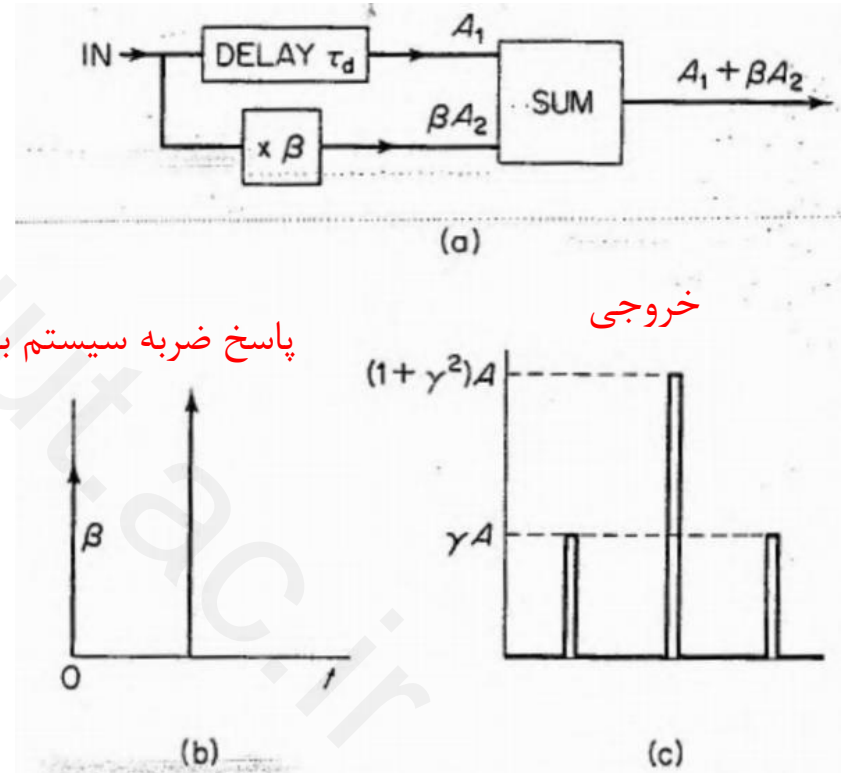
بهینه سازی نسبت سیگنال به نویز

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

16



حالت کلی: فیلتر منطبق



پاسخ ضربه سیستم بالا

خروجی

سیستم پردازش بهینه در
مثال قبل

فیلتر منطبق: Matched Filter

$$\text{input: } x(t) \rightarrow h(t) = x^*(-t) \quad \square$$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(\tau)x(t + \tau)d\tau \quad \square$$

نویز در یک سامانه پردازش پالس ناشی از نویز آشکارساز و نویز تقویت کننده، که لزوماً سفید نیست.

برای پردازش چنین نویزی ابتدا یک فیلتر سفید کننده قرار داده می شود، سپس فیلتر منطبق با سیگنال) در خروجی فیلتر سفید کننده) برای حداکثر کردن نسبت سیگنال به نویز قرار می گیرد.

همانطور که گفته شد برای حداکثر شدن نسبت سیگنال به نویز باید خازن C_i در ورودی تقویت کننده هر چه کوچکتر و مقاومت R_i هر چه بزرگتر باشد.

نویز در سامانه پردازش پالس

□ در حالت کلی می توان نویز را به صورت زیر مدل کرد (فصل بعد):

$$d\bar{v}^2 = F(\omega) d\omega \quad \text{where} \quad F(\omega) = a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} + \frac{c^2}{\omega}$$

□ بخش اول ناشی از تقویت کننده، بخش دوم عمدتاً ناشی از آشکارساز

□ بخش سوم از اهمیت کمتری برخوردار است، بنابراین:

$$F(\omega) = a^2 \left(1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_c^2} \right)$$

$$\tau_c = \frac{a}{b} = \text{noise corner time} \quad \square$$

□ فرکانس گوشه نویز: فرکانسی که در آن سهم بخش اول و دوم نویز برابر می شود: $\omega_c = \frac{1}{\tau_c}$

□ این نویز با عبور از یک فیلتر بالاگذر RC با پاسخ فرکانسی زیر سفید می شود:

$$H_1(j\omega) = j\omega\tau_c / (1 + j\omega\tau_c)$$

نویز در سامانه پردازش پالس

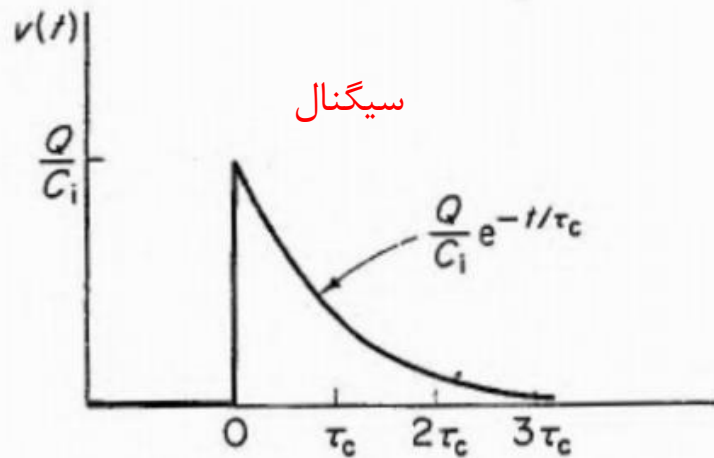
فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

19

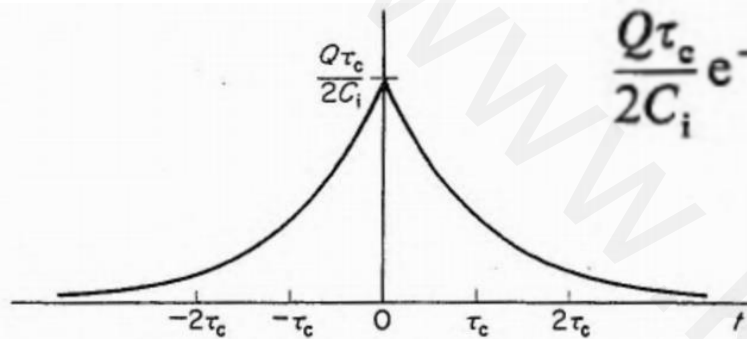
□ چگالی طیفی توان در خروجی فیلتر سفید کننده:

$$F''(\omega) = a^2 \left(1 + \frac{1}{\omega^2 \tau_c^2} \right) \frac{1}{(1 + 1/\omega^2 \tau_c^2)} = a^2$$

□ سیگنال و فیلتر منطبق پس از فیلتر سفید کننده:



نویز در سامانه پردازش پالس



□ سیگنال در خروجی فیلتر منطبق: $\frac{Q\tau_c}{2C_i} e^{-|t|/\tau_c}$

□ چگالی طیفی توان نویز در خروجی فیلتر منطبق:

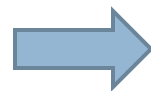
$$a^2 |H_2(j\omega)|^2 = \frac{a^2 \tau_c^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2}$$

□ ولتاژ RMS نویز:

$$V_n^2 = \int_0^{\infty} \frac{a^2 \tau_c^2}{1 + \omega^2 \tau_c^2} d\omega = \frac{\pi a^2 \tau_c}{2}$$

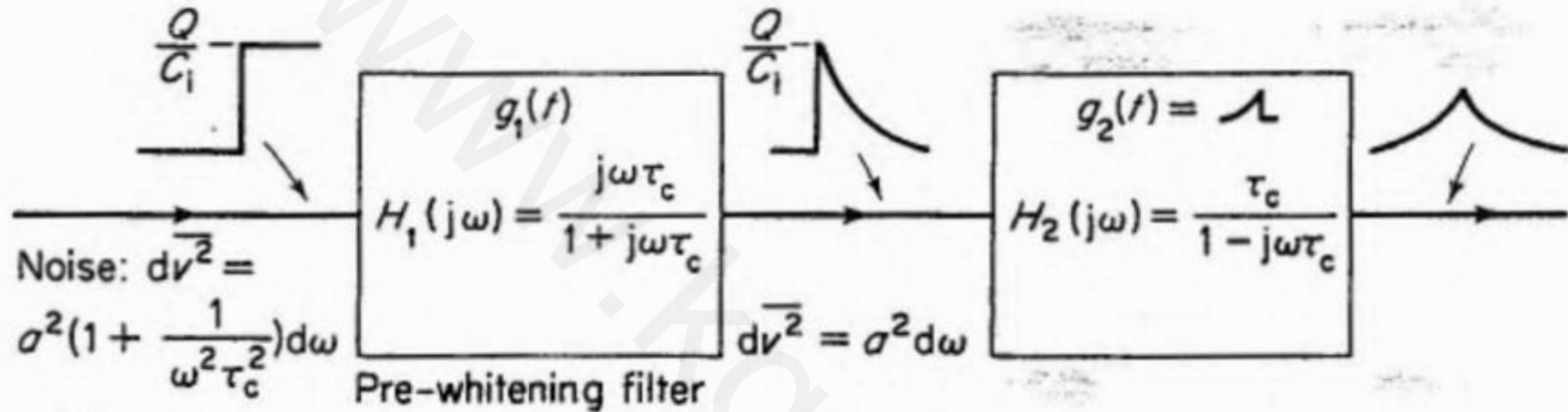
□ بنابراین نسبت سیگنال به نویز بیشینه به صورت زیر خواهد بود:

$$\eta_{\infty} = \frac{Q}{C_i} \left(\frac{1}{2\pi ab} \right)^{\frac{1}{2}}$$



$$(ENC)_{\infty} = C_i (2\pi ab)^{\frac{1}{2}}$$

نویز در سامانه پردازش پالس



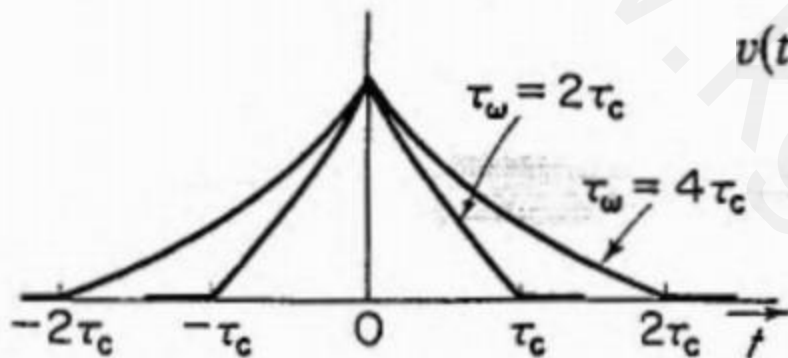
- اگر نویز عمدتاً ناشی از پیش تقویت کننده باشد، زمان گوشه بزرگ بوده و بنابراین پالس خروجی پهن تر است.
- اگر نویز بیشتر ناشی از آشکارساز باشد، زمان گوشه کوچکتر بوده و پالس جمع تر است. (مانند آشکارساز سوسوزنی)
- اگرچه این محاسبات برای سامانه خطی انجام شد، اما نشان داده می شود که SNR به دست آمده حتی برای سامانه های غیر خطی و تغییرپذیر با زمان هم بیشینه است.

بهینه سازی در محدودیت های اعمال شده

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

22

- پالس بهینه قبل دارای زمان بی نهایت و فیلتر منطبق غیر علی است.
- در مورد یک پالس با زمان محدود τ_w ، پالس بهینه:



$$v(t) \propto \sinh (|(\tau_w/2 - t)/\tau_c|) \text{ for } |t| \leq \tau_w/2$$

- در این صورت:

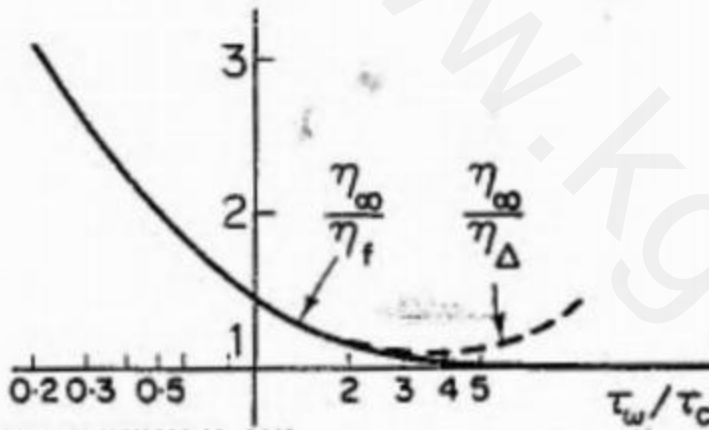
$$\frac{\eta_f}{\eta_\infty} = (\tanh (\tau_w/2\tau_c))^{\pm 1}$$

- می توان نشان داد:

$$\tau_w \geq 2\tau_c \rightarrow \eta_f > 0.85\eta_\infty$$

بهینه سازی در محدودیت های اعمال شده

- پالس مثلثی (با انتگرال گیری از خط تأخیر مضاعف) تقریبی از پالس بهینه با عرض محدود است.



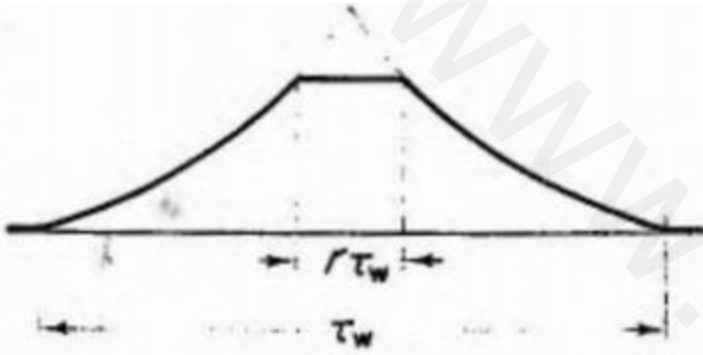
- بهینگی پالس های فوق از منظر SNR است. اگر افت بالستیک در نظر گرفته شود، بهتر است پالس دارای یک قله مسطح باشد.
- نشان داده شده است که چنین شکل موجی همان شکل موج قبلی است وقتی بخشی از قله آن قطع شود.

بهینه سازی در محدودیت های اعمال شده

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

24

□ پالس بهینه با قله مسطح و عرض محدود:



□ در این حالت:

$$\frac{\eta_l}{\eta_\infty} = \left[\frac{2 \sinh(\tau_w(1-r)/2\tau_c)}{2 \cosh(\tau_w(1-r)/2\tau_c) + (r\tau_w/\tau_c) e^{-\tau_w/\tau_c}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\simeq \left[\tanh\left(\frac{1-r}{2}\right) \frac{\tau_w}{\tau_c} \right]^{\frac{1}{2}}$$

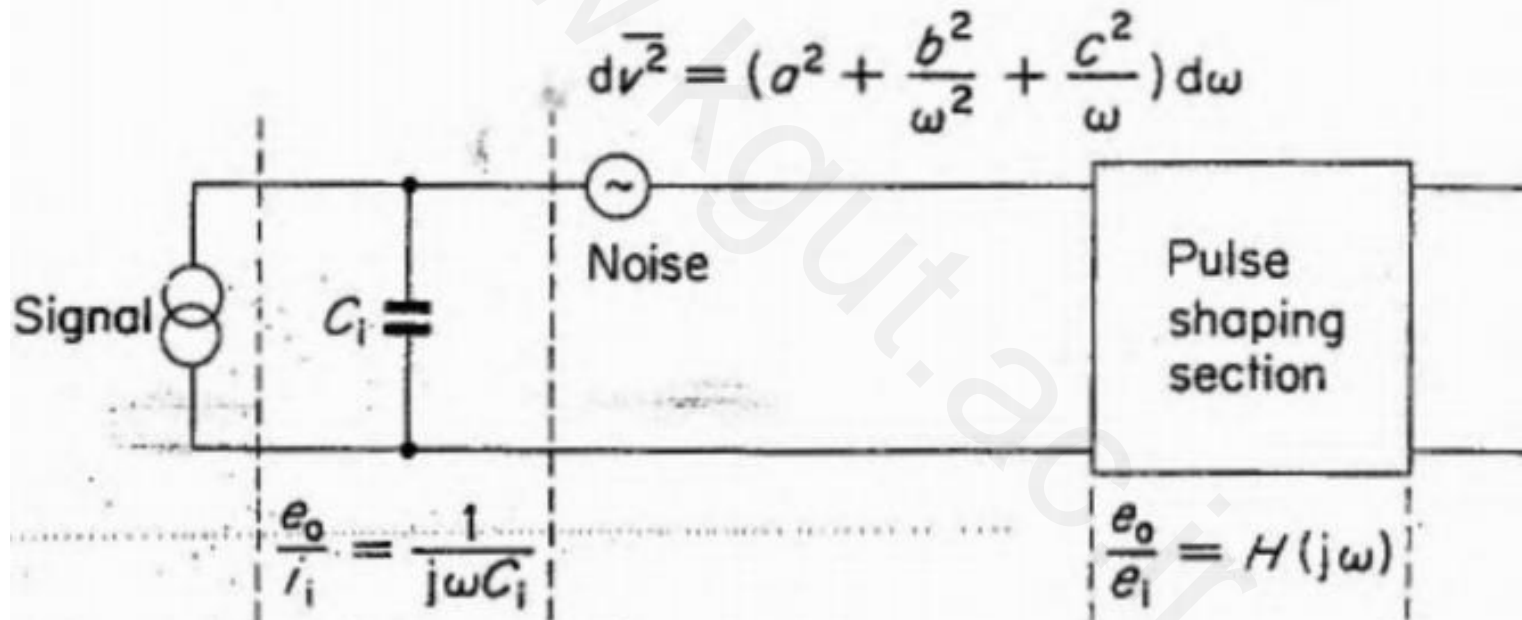
If $\tau_w(1-r) \geq 2\tau_c$ then η_l is $< 15\%$ less than η_∞

SNR برای مدار CR-RC

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

25

□ شکل کلی شکل دهنده پالس و سیگنال و نویز ورودی:



SNR برای مدار CR-RC

□ تابع تبدیل:

$$H(s) = \frac{s\tau_1}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

□ پالس خروجی:

$$v(t) = \frac{Q}{C_i} \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) \quad \text{for } t \geq 0$$

□ دامنه پالس خروجی:

$$V_{\max} = \frac{Q}{C_i} \lambda^{\lambda/(1-\lambda)} \quad \text{where } \lambda = \tau_2/\tau_1$$

□ نویز ورودی:

$$d\bar{v}^2 = F(\omega) d\omega = \left(a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} + \frac{c^2}{\omega} \right) d\omega$$

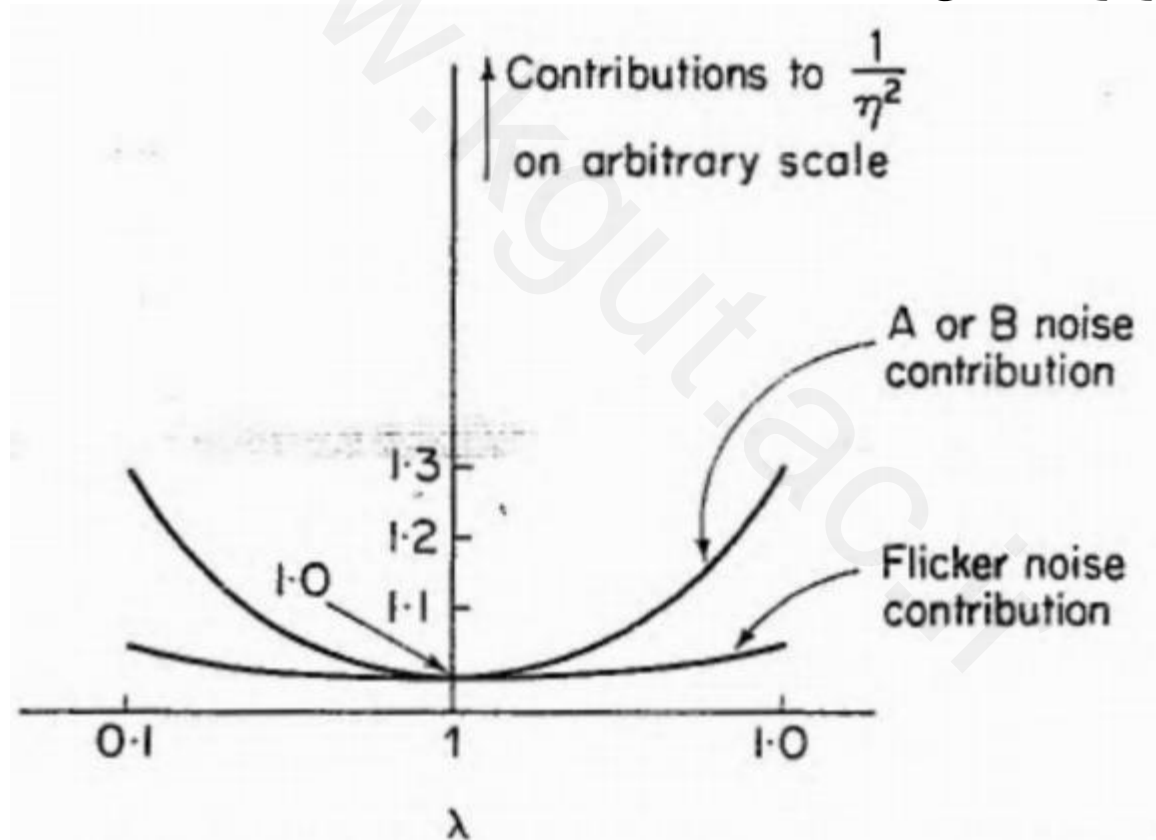
□ نویز خروجی:

$$V_n^2 = \int_0^{\infty} \left(a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} + \frac{c^2}{\omega} \right) \left(\frac{\omega^2 \tau_1^2}{(1 + \omega^2 \tau_1^2)(1 + \omega^2 \tau_2^2)} \right) d\omega$$

$$= \frac{\pi a^2}{2\lambda(\lambda + 1)\tau_1} + \frac{\pi b^2 \tau_1}{2(\lambda + 1)} + \frac{c^2}{\lambda^2 - 1} \log_e \lambda$$

SNR برای مدار CR-RC

□ اگر $\tau_1 \tau_2 = K$ ثابت در نظر گرفته شود، می توان اثر تغییر λ روی $1/\eta^2$ را به صورت زیر نمایش داد:



SNR برای مدار CR-RC

$$V_{\max} = \frac{Q}{C_i} \frac{1}{e}$$

□ در حالت $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ داریم:

$$V_n^2 = \frac{\pi a^2}{4\tau} + \frac{\pi b^2 \tau}{4} + \frac{c^2}{2}$$

□ و بنابراین:

$$(ENC)^2 = e^2 C_i^2 \left(\frac{\pi a^2}{4\tau} + \frac{\pi b^2 \tau}{4} + \frac{c^2}{2} \right)$$

□ افزایش τ دامنه سیگنال را تغییر نمی دهد ولی باعث کاهش سهم نویز A ، افزایش سهم نویز B و عدم تغییر سهم نویز فلیکر می شود.

□ مقدار بهینه τ برای کمینه شدن V_n^2 و ENC به صورت زیر به دست می آید: $\tau = a/b = \tau_c$

SNR برای مدار CR-RC

$$(ENC)^2 = \frac{e^2 C_i^2}{2} (\pi ab + c^2)$$

□ در این حالت:

$$\eta^2 = \frac{V_{\max}^2}{V_n^2} = \frac{2Q^2}{e^2 C_i^2 (\pi ab + c^2)}$$

□ در حالتی که از نویز فلیکر چشم پوشی شده و پردازشگر بهینه (در تئوری) به کار برده شد، رابطه زیر حاصل شد:

$$\eta_{\infty} = \frac{Q}{C_i} \left(\frac{1}{2\pi ab} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\eta_{\infty}}{\eta} = \frac{e}{2} = 1.359$$

□ بنابراین:

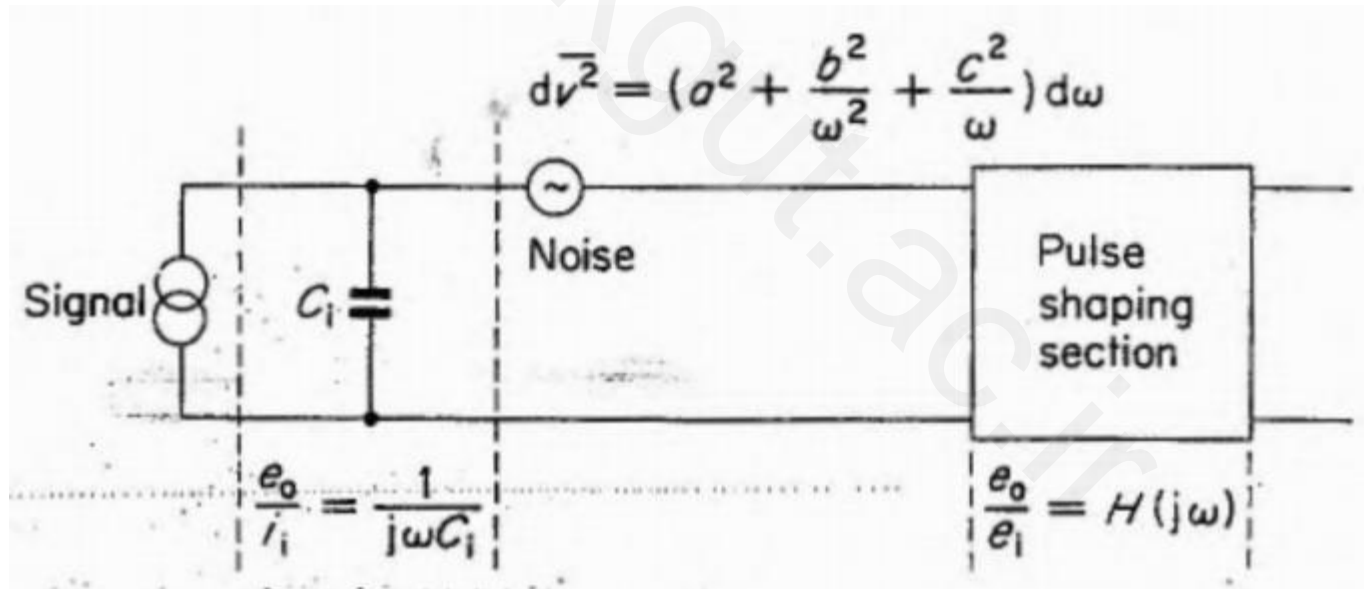
□ یعنی fwhm حاصل از مدار CR-RC به نسبت عدد فوق نسبت به حالت بهینه بدتر است.

SNR برای سامانه های مختلف

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

30

- در این بخش هدف بررسی اثر کاهش یا افزایش ثابت زمانی مدار شکل دهی پالس روی نسبت سیگنال به نویز است.
- مدل مسأله:



SNR برای سامانه های مختلف

- خروجی سامانه به صورت $v(t) = Qs(t/\tau)$ در نظر گرفته می شود که $s(t/\tau)$ پاسخ ضربه سامانه (پاسخ به ضربه جریان با بار واحد) است.
- کاهش یا افزایش τ دامنه یا شکل پالس را تغییر نمی دهد بلکه فقط عرض پالس را تغییر می دهد.
- با در نظر گرفتن بخش انتگرال گیر، تابع تبدیل بخش شکل دهی پالس را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$H(j\omega) = j\omega C_i \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

- تابع تبدیل سامانه با پاسخ ضربه $s(t/\tau)$:

$$H'(j\omega) = j\omega C_i \int_{-\infty}^{\infty} s\left(\frac{t}{\tau}\right) e^{-j\omega t} dt = j\omega C_i \tau \int_{-\infty}^{\infty} s(x) e^{-j\omega \tau x} dx = H(j\omega \tau)$$

SNR برای سامانه های مختلف

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

32

- نویز در ورودی بخش شکل دهی پالس: $d\bar{v}^2 = \left(a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} + \frac{c^2}{\omega} \right) d\omega$
- ولتاژ نویز در خروجی:

$$\begin{aligned}
 V_n^2 &= \int_0^{\infty} \left(a^2 + \frac{b^2}{\omega^2} + \frac{c^2}{\omega} \right) (|H(j\omega\tau)|)^2 d\omega \\
 &= \frac{a^2}{\tau} \int_0^{\infty} (|H(j\omega\tau)|)^2 d(\omega\tau) + b^2\tau \int_0^{\infty} \frac{(|H(j\omega\tau)|)^2}{\omega^2\tau^2} d(\omega\tau) \\
 &+ c^2 \int_0^{\infty} \frac{(|H(j\omega\tau)|)^2}{\omega\tau} d(\omega\tau) = \frac{a^2}{\tau} I_a + b^2\tau I_b + c^2 I_c
 \end{aligned}$$

SNR برای سامانه های مختلف

- مقادیر a ، b و c مستقل از τ بوده و تنها به شکل تابع H و بنابراین تابع $s(t)$ وابسته می باشند.
- دامنه پالس خروجی به τ وابسته نیست، لذا:

$$\frac{1}{\eta^2} = \frac{K^2}{Q^2} \left(\frac{a^2}{\tau} I_a + b^2 \tau I_b + c^2 I_c \right)$$

$$(ENC)^2 = K^2 \left(\frac{a^2}{\tau} I_a + b^2 \tau I_b + c^2 I_c \right)$$

- ثابت K مستقل از a ، b ، c و τ می باشد.
- مشخص است که افزایش τ باعث کاهش سهم نویز A ، افزایش سهم نویز B و عدم تغییر سهم نویز فلیکر می شود.

SNR برای سامانه های مختلف

$$\tau_{opt} = \frac{a}{b} \left(\frac{I_a}{I_b} \right)^{\frac{1}{2}} = \tau_c \left(\frac{I_a}{I_b} \right)^{\frac{1}{2}}$$

□ بیشینه کردن نویز بر حسب τ :

□ اگر مقدار فوق در رابطه ENC یا SNR قرار داده شود، سهم نویز A و B برابر می شود.

□ برای یک نوع شکل دهی پالس معلوم، مقدار I_a و I_b مشخص هستند و τ_{opt} تنها به τ_c بستگی خواهد داشت.

□ نتیجه مهم: اگر نویز عمدتاً ناشی از نویز A باشد، یک پالس عریض بهینه است، اما اگر نویز عمدتاً ناشی از نویز B باشد، یک پالس کوتاهتر بهینه است.

SNR برای سامانه های مختلف

□ قبلاً ENC برای سامانه بهینه (از نظر سیگنال به نویز) با چشم پوشی از نویز فلیکر محاسبه شد:

$$(ENC)_{\infty}^2 = C_i^2(2\pi ab)$$

□ در رابطه قبل با قرار دادن $c=0$ (چشم پوشی از نویز فلیکر) خواهیم داشت:

$$(ENC)^2 = (ENC)_{\infty}^2 \frac{F^2}{2} \left(\frac{\tau_{opt}}{\tau} + \frac{\tau}{\tau_{opt}} \right)$$

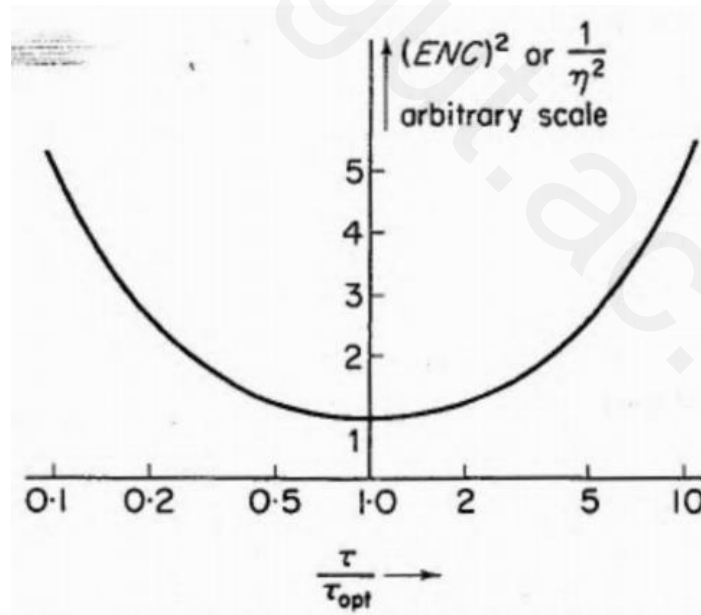
□ که:

$$F^2 = \frac{K^2(I_a I_b)^{\frac{1}{2}}}{\pi C_i^2}$$

□ F از a، b و τ مستقل است و ضریب «ناشایستگی» سامانه (Factor of demerit) نامیده می شود.

SNR برای سامانه های مختلف

- اگر τ برابر مقدار بهینه قرار داده شود: $(ENC) = F(ENC)_{\infty}$
- به عبارت دیگر مقدار ENC و بنابراین $fwhm$ به نسبت F بدتر از مقدار نظری قابل دستیابی است.
- برای حالات غیر بهینه، مقدار $(ENC)^2$ با ضریب $\frac{1}{2}(\tau_{opt}/\tau + \tau/\tau_{opt})$ افزایش خواهد یافت:

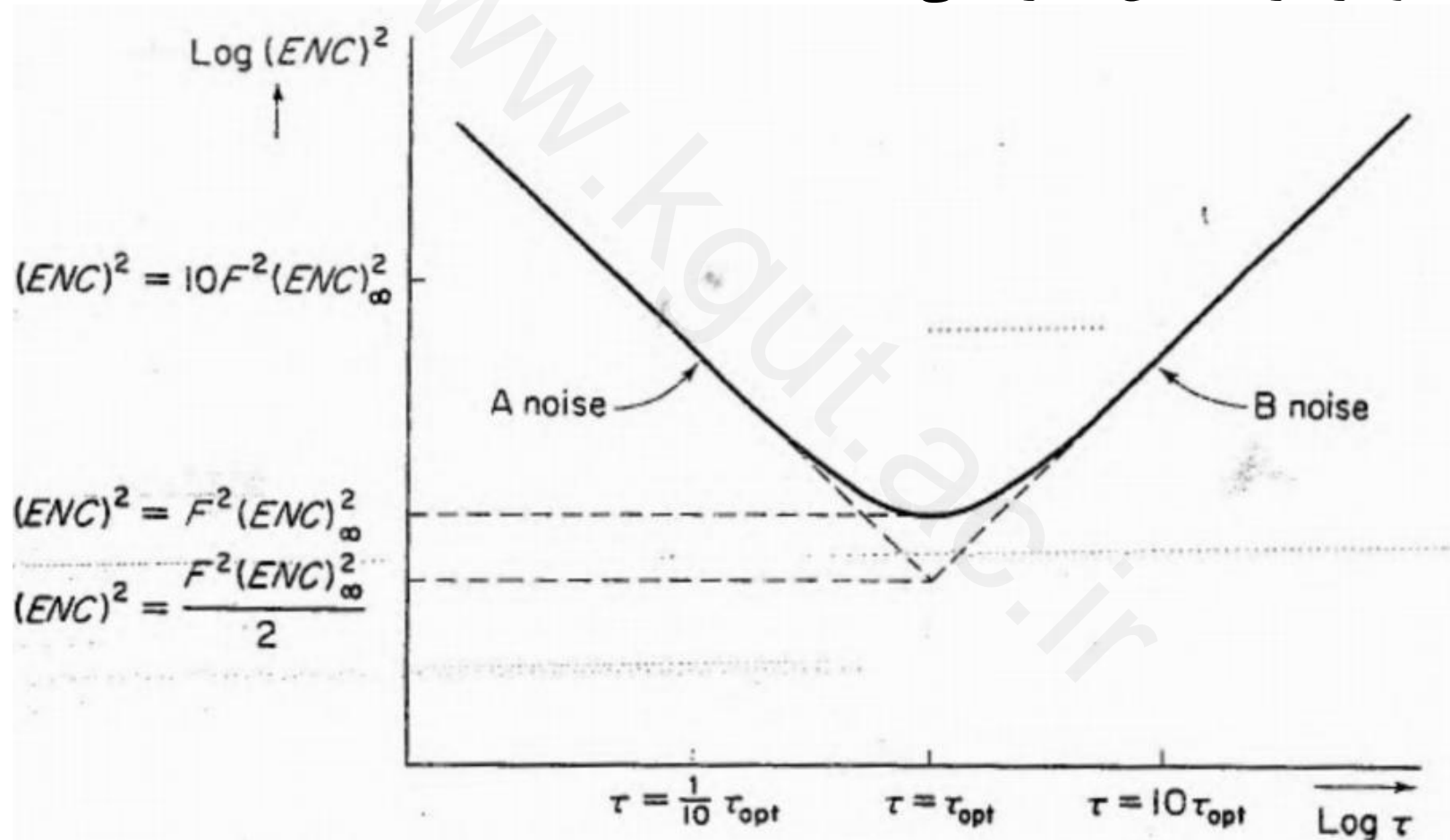


SNR برای سامانه های مختلف

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

37

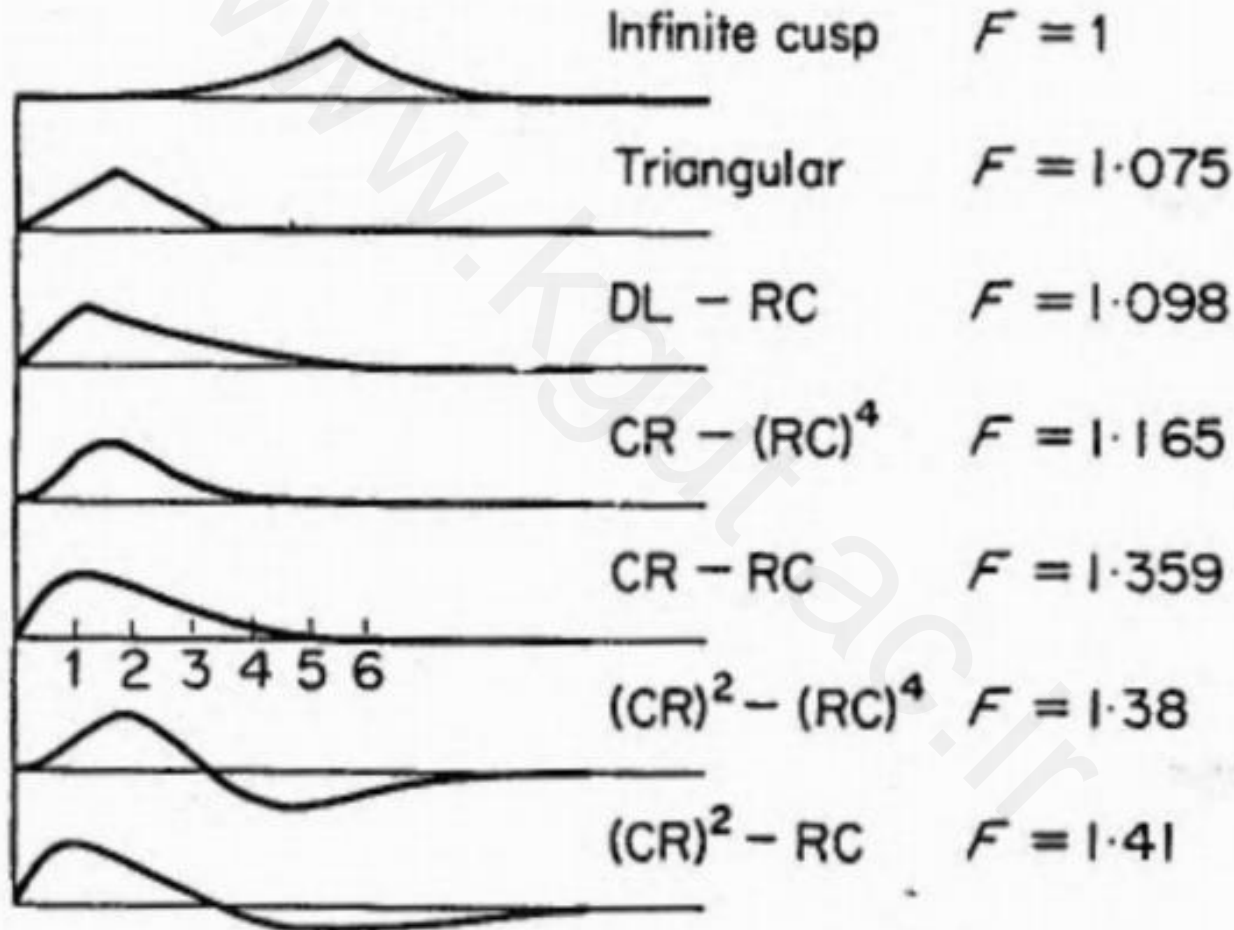
□ نمودار در مقیاس لگاریتمی:



ضریب F برای سامانه های مختلف

	Definition of τ	τ_{opt}	F	Reference	RMS flicker noise ¹⁹ (arbitrary scale)
Infinite cusp (Subsection 4.3.2)	—	—	1.00	(9, 14)	—
Triangular	Total duration = τ	$2\sqrt{3} \tau_c$	1.075	(15, 17, 19)	1.665
DL-RC	Total delay time = 1.036τ RC time constant = τ	$1.29 \tau_c$	1.098	(15, 17, 19)	1.626
Gaussian			1.120	(16, 18, 19)	1.773
Semi-Gaussian $CR-(RC)^4$	CR time constant = τ RC time constant = τ	$0.378 \tau_c$	1.165	(16, 19, 20)	1.810
$CR-(RC)^2$	CR time constant = 1.06τ RC time constant = τ	$0.57 \tau_c$	1.215	(15, 16, 19)	1.847
CR-RC (Sub- section 4.4.1)	CR time constant = τ RC time constant = τ	τ_c	1.359	(9, 14)	1.992
$(CR)^2-(RC)^4$			1.380	(20)	
$(CR)^2-RC$	CR time constant = 1.38τ RC time constant = τ	$1.40 \tau_c$	1.410	(15, 20)	—

ضریب F برای سامانه های مختلف



ضریب F برای سامانه های مختلف

□ شکل دهی CR-RC از نظر SNR از بقیه بدتر است اما از نظر افت بالستیک بهتر است و شهرت آن به خاطر سادگی مدار و تنظیم آسان آن است.

□ SNR برای شکل پالس های تک قطبی بهتر از پالس های دوقطبی است.

□ اگر اثر نویز فلیکر (مستقل از τ) در مقدار $(ENC)^2$ طبق رابطه زیر در نظر گرفته شود:

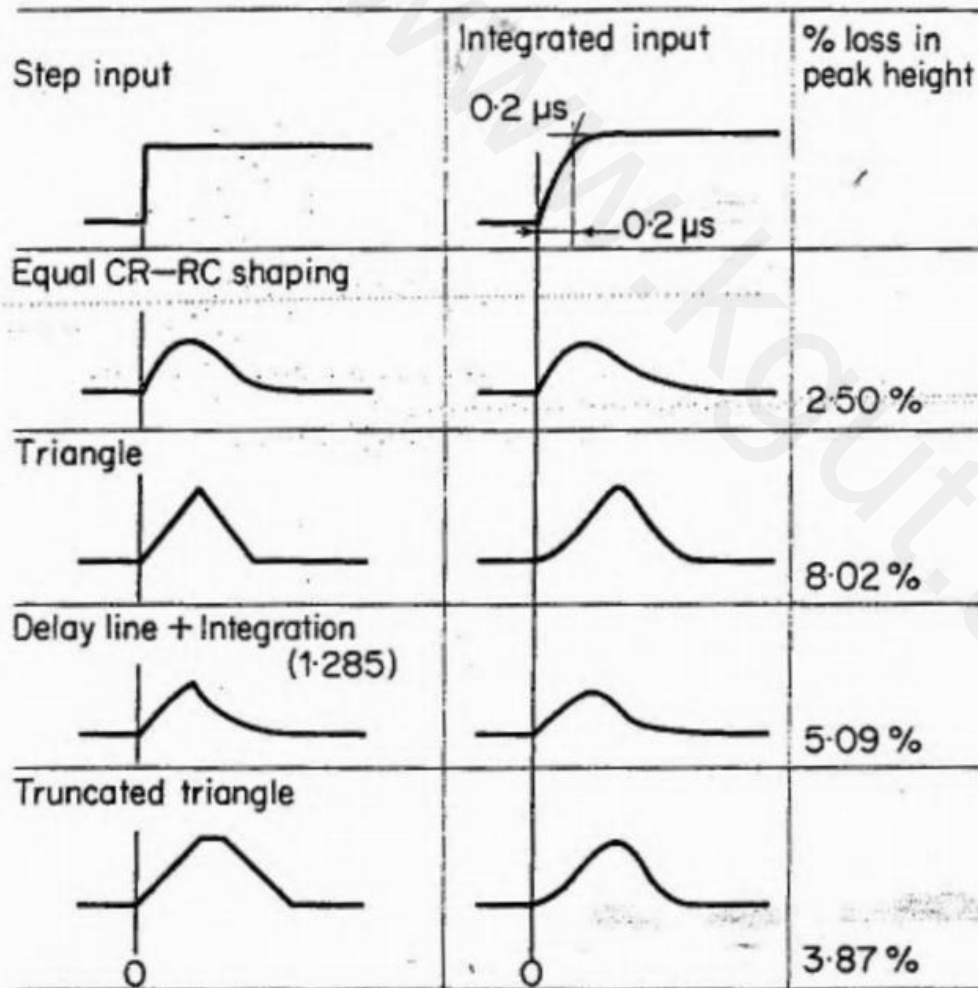
$$(ENC)^2 = K^2 \left(\frac{a^2}{\tau} I_a + b^2 \tau I_b + c^2 I_c \right)$$

ستون ششم جدول قبل این اثر را به صورت نسبی نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود این اثر روندی همانند ضریب F دارد و با استفاده از ترانزیستور مناسب می توان آن را کاهش داد.

در نظر گرفتن اثر افت بالاستیک

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

41



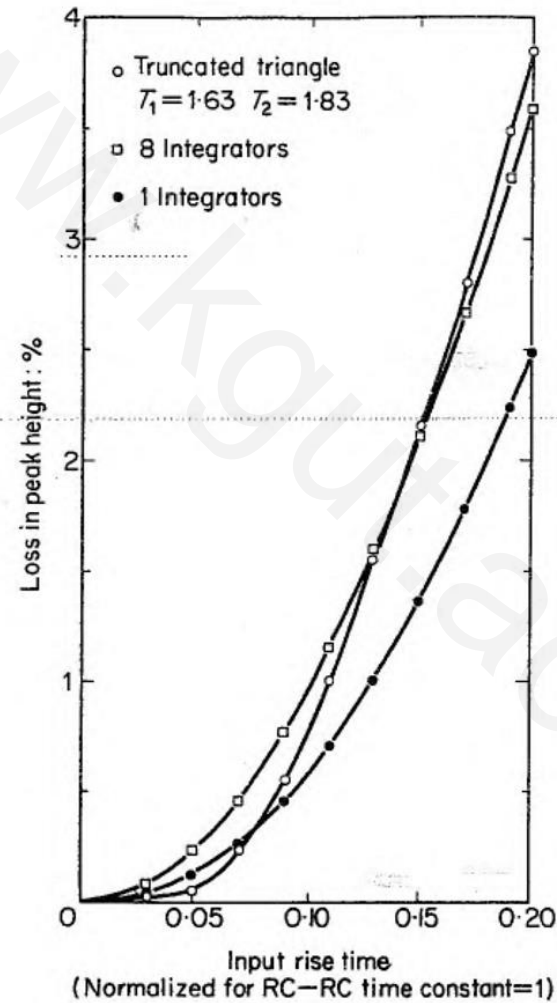
* محاسبه برای τ بهینه و $\tau_c = 1 \mu s$

* ستون دوم برای زمان صعود
0.2 میکروثانیه

در نظر گرفتن اثر افت بالستیک

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

42



اثرات تودگی

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

43

□ طبق قضیه Campbell می توان میانگین و مقدار RMS نوسانات پالس های با نرخ متوسط n را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\bar{V} = n \int_{-\infty}^{\infty} v(t) dt$$

$$V_{\text{RMS}}^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt$$

$$v(t) = \frac{Q}{C_i} e^{(-t/R_i C_i)} \quad \text{for } t \geq 0$$

$$v(t) = 0 \quad \text{for } t < 0$$

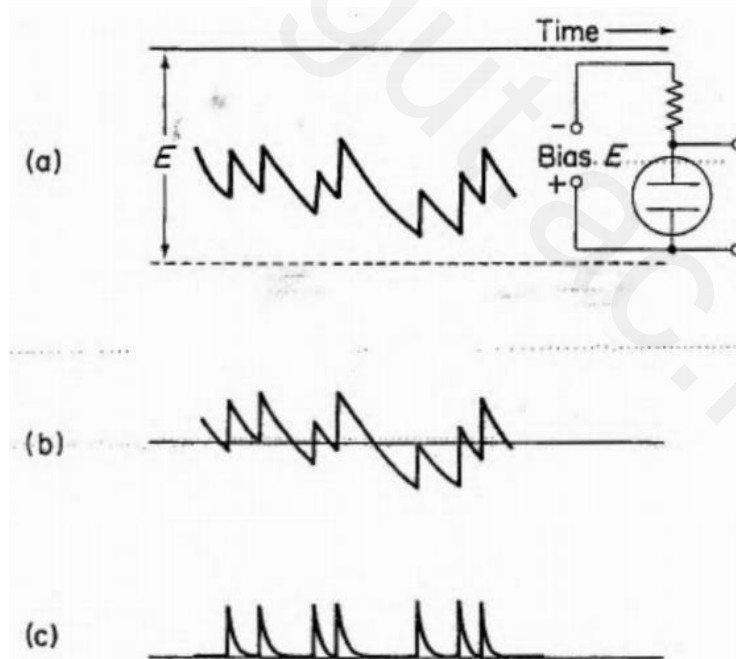
□ پالس در ورودی پیش تقویت کننده:

□ بنابراین:

$$\bar{V} = nQR_i \quad V_{\text{RMS}} = Q \left(\frac{nR_i}{2C_i} \right)^{\frac{1}{2}}$$

اثرات تودگی

- به دلیل گوسی نبودن ولتاژ نمی توان یک حد دقیق برای V_{RMS} برای اشباع نشدن تقویت کننده یافت.
- با استفاده از مدارهای حذف قطب-صفر می توان زمان پالس خروجی پیش تقویت کننده را برای کاهش اثر تودگی کوتاه کرد. (clipping)



تخمین کاهش حد تفکیک در اثر تودگی

□ در نرخ های شمارش بالا اثر تودگی اهمیت می یابد.

□ پالس خروجی وقتی آشکارساز بار Q دارد: $Qs(t)$

$$\bar{V} = n\bar{Q} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) dt$$

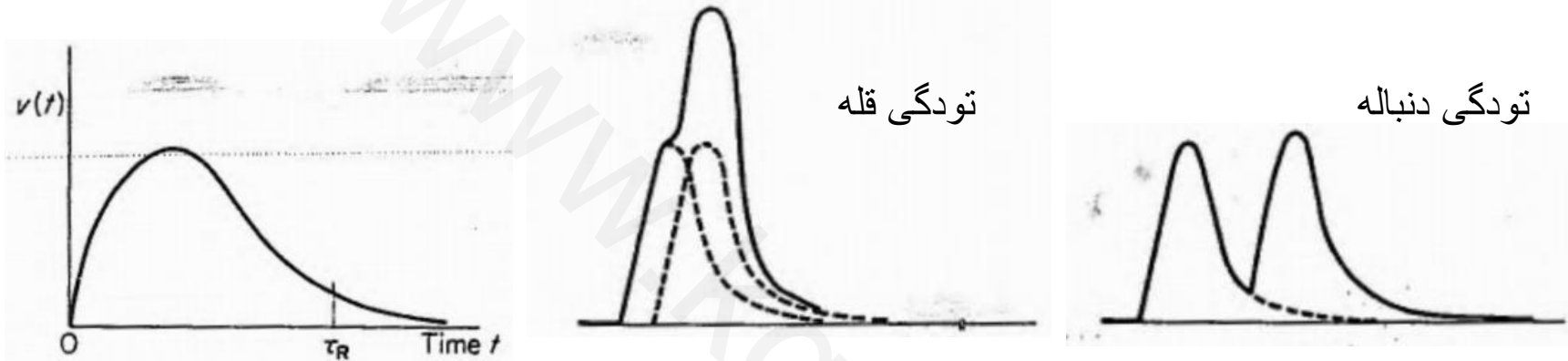
$$V_{RMS}^2 = n\bar{Q}^2 \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$$

□ یک خطای سیستماتیک V و یک خطای RMS برای تضعیف حد تفکیک وجود دارد.

□ به دلیل گوسی نبودن این ولتاژها نمی توان آنها را به راحتی به $fwhm$ ربط داد.

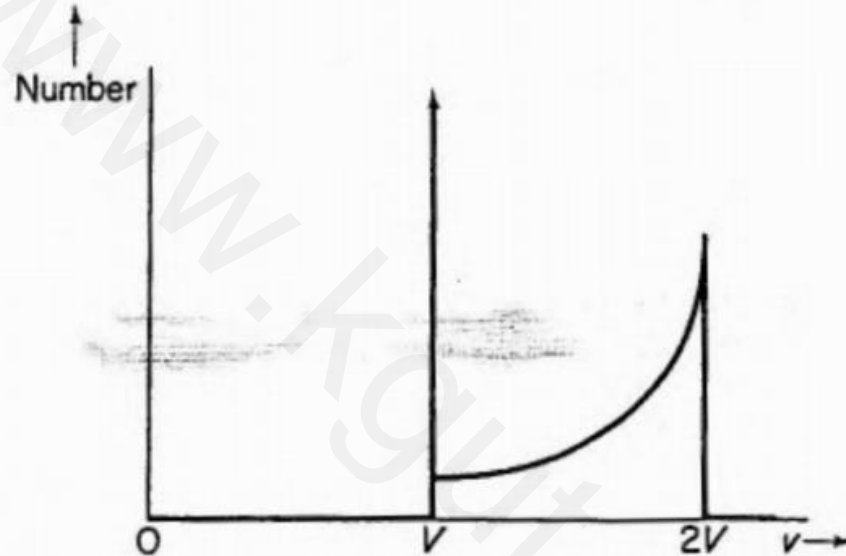
□ تودگی را می توان به دو دسته تقسیم کرد: تودگی قله (قرار گرفتن دو بخش قله روی هم) و تودگی دنباله (قرار گرفتن بخش قله و بخش دنباله روی هم)

تخمین کاهش حد تفکیک در اثر تودگی



- اگر فاصله پالس ها کمتر از $\tau_R/2$ باشد تودگی قله رخ می دهد.
- تعداد پالس های قرار گرفته در فاصله $\pm \tau_R/2$ برابر با $n\tau_R$ است بنابراین نرخ تودگی برابر با $n^2\tau_R$ خواهد بود.
- در صورت بروز تودگی طیف دامنه پالس بسته به شکل پالس عریض خواهد شد. (برای نمونه مانند شکل صفحه بعد)

تخمین کاهش حد تفکیک در اثر تودگی



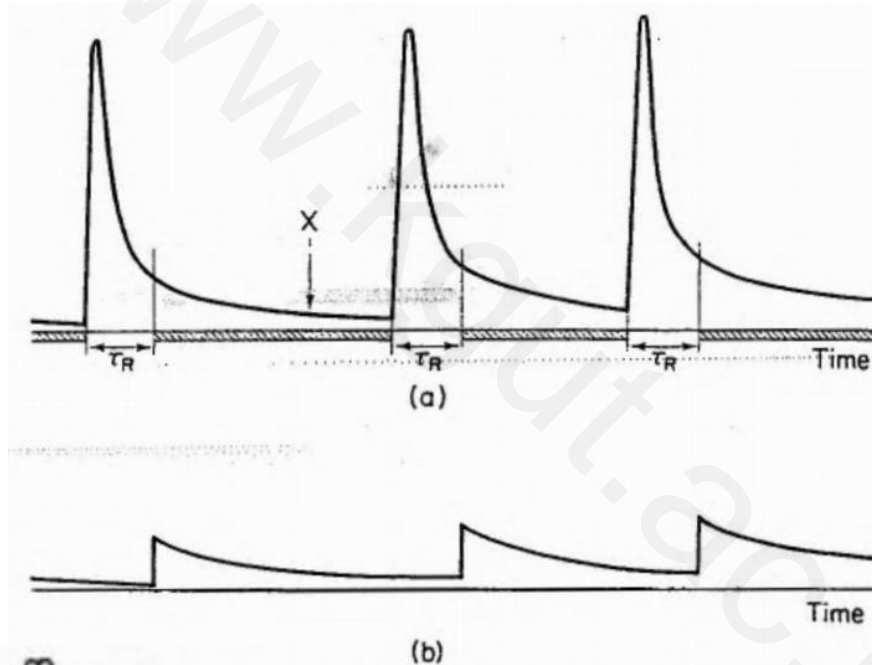
- به وسیله مدار حذف تودگی (pile-up rejector) می توان اثر تودگی در کاهش حد تفکیک را کاهش داد.
- پالس های خیلی نزدیک به هم را نمی توان تشخیص داد، ولی این پالس ها در محاسبه طیف در نظر گرفته نمی شوند، بنابراین می توان اثر تودگی قله را تا حد زیادی حذف کرد.

تخمین کاهش حد تفکیک در اثر تودگی

فصل سوم:
حد تفکیک در
سامانه های
طیف سنجی

48

□ اثر تودگی دنباله همچنان وجود دارد.



$$\bar{V}_B \simeq n\bar{Q} \int_{\tau_R}^{\infty} s(t) dt$$

$$V_{RMS}^2 \simeq n\bar{Q}^2 \int_{\tau_R}^{\infty} s^2(t) dt$$

□ در مورد ولتاژ نقطه X با استفاده از قضیه

Campbell داریم:

تخمین کاهش حد تفکیک در اثر تودگی

- رابطه V_{RMS} نشان می دهد برای یک دنباله با سطح معلوم، داشتن یک دنباله طولانی با دامنه کم بهتر از داشتن یک دنباله با شیب زیاد است.
- به عنوان مثال اگر بخش دنباله به صورت زیر مدل شود خواهیم داشت:

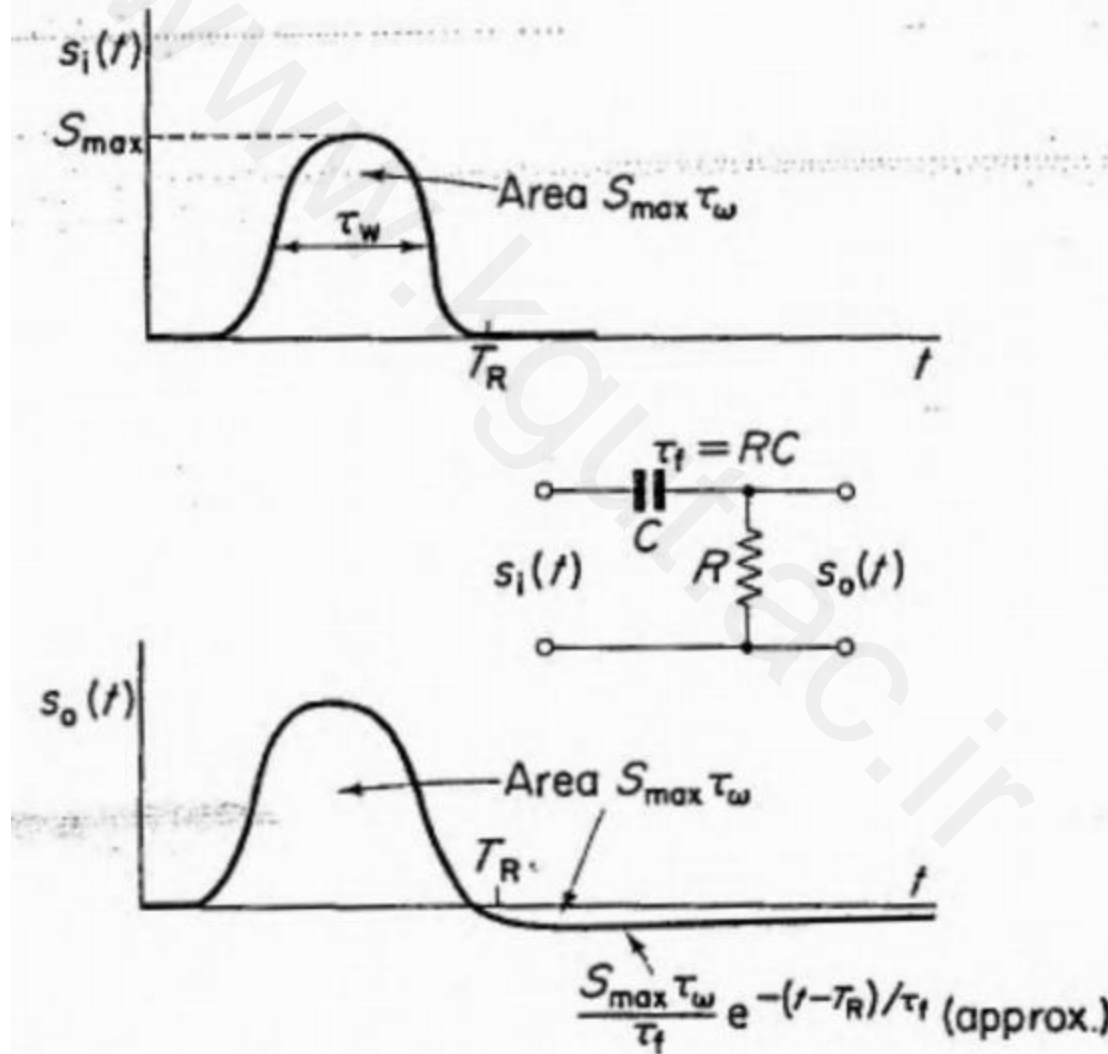
$$s(t) = B e^{-(t-\tau_R)/\tau_B} \text{ for } t \geq \tau_R \quad \rightarrow \quad V_{RMS}^2 = \frac{n \overline{Q^2} B^2 \tau_B}{2}$$

- در این صورت برای یک مساحت مشخص $B\tau_B$ مقدار V_{RMS} با افزایش τ_B کاهش خواهد یافت.

- اگر $n \gg 1/\tau_B$ باشد می توان توزیع ولتاژ را گوسی تقریب زد و آن را به fwhm ربط داد.

- تحلیل کمی رابطه V_{RMS} مشکل است چون به τ_R در مدار rejector بستگی دارد. پالس های تک قطبی V_{RMS} کمتری ایجاد می کنند.

بررسی اثر فروجهش در اثر کوپل AC



بررسی اثر فروجهش در اثر کوپل AC

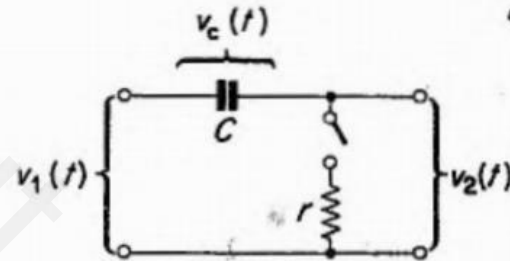
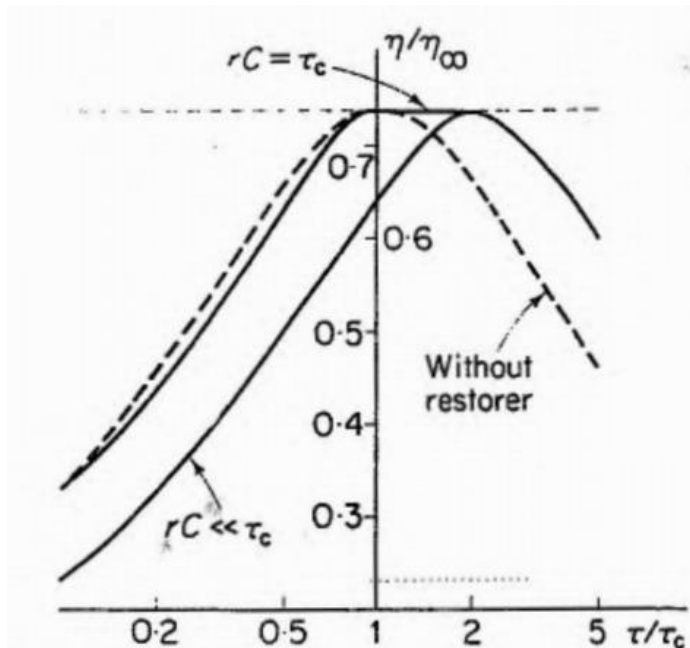
- در مدار قبل اگر $\tau_f \gg \tau_w$ بخش فروجهش را می توان به صورت زیر تقریب زد:

$$\frac{S_{\max} \tau_w}{\tau_f} e^{(\tau R - t)/\tau_f} \quad \text{for} \quad t \geq \tau_R \quad \rightarrow \quad V_{\text{RMS}}^2 = \frac{S_{\max}^2 \overline{Q^2} \tau_w^2 n}{2\tau_f}$$

- در صورتی که دنباله فروجهش به اندازه کافی طولانی باشد و جمع چندین پالس روی هم رخ دهد، می توان توزیع را گوسی فرض کرد.
- برای اینکه حد تفکیک در اثر تودگی تضعیف زیادی نشود باید τ_f به اندازه کافی بزرگ باشد یا به عبارتی پاسخ فرکانسی تقویت کننده تا نزدیک صفر گسترش یابد.

اثر بازیاب خط مبنا

□ بررسی تحلیلی اثر بازیاب خط مبنا با توجه به مدارهای مختلف و نیز غیر خطی بودن آنها مشکل است و برای مدارهای خاصی تحلیل انجام شده است.



The effect of baseline restoration on the signal to noise ratio expressed as a fraction of that for the infinite cusp shaping, according to Radeka.²⁵ The curves are for CR-RC shaping with time constants both equal to τ , and are shown for the cases of two different restorer time constants. The dotted line shows the signal to noise ratio without the restorer