بسمه تعالی

دی‌ماه ۹۲ زمان ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی

امتحان پایان‌ترم درس **کنترل مدرن**

جهان هر کس به اندازه وسعت فکر اوست. امام علی(ع)

لطفا نام خود را بر روی برگه سوال نوشته و آن را به همراه برگه پاسخ‌نامه تحویل دهید.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

۱- نشان دهید اگر $y \in R(A)$ باشد، معادله $Ax = y$ دارای جواب می‌باشد. (۱نمره)

۲- کنترل‌پذیری خروجی سیستم را تعریف و ارتباط آن را با کنترل‌پذیری حالت بیان کنید. (۱نمره)

۳- فرم جردن ماتریس حالت سیستم مقابل را بدست آورید. (۱/۵نمره)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x$$

$$y = [1 \quad 0 \quad -2]x$$

۴- معادلات حالت یک سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad -1]x$$

الف- رویت‌پذیری این سیستم را مورد بررسی قرار دهید. (۱نمره)

ب- زیرسیستم رویت‌پذیر و رویت‌ناپذیر این سیستم را بدست آورید. (۱/۵نمره)

پ- آیا زیرسیستم رویت‌پذیر و رویت‌ناپذیر بدست آمده یکتا هستند؟ چرا؟ (۰/۵نمره)

ت- آیا با مشاهده خروجی این سیستم می‌توان در مورد پایداری آن اظهار نظر کرد؟ (۰/۵نمره)

ث- ثابت کنید زیرسیستم رویت‌پذیر و رویت‌ناپذیر بدست آمده دارای مقادیر ویژه یکتا می‌باشند. (۰/۵نمره)

۵- تابع تبدیل یک سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$G(s) = \begin{bmatrix} \dfrac{s+2}{s+1} & \dfrac{1}{s^2+3s+2} \end{bmatrix}$$

یک تحقق مینیمال برای این تابع تبدیل بدست آورید. (۲نمره)

۶- معادلات حالت غیرخطی یک سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{x_1} = -x_1 - 2x_2^2$$
$$\dot{x_2} = x_1 x_2 - x_2^3$$

الف- نقطه یا نقاط تعادل این سیستم را بدست آورید. (۰/۵نمره)

ب- معادلات حالت را حول مبدا خطی نمایید. (۰/۵نمره)

پ- پایداری لیاپانوف، مجانبی، BIBO و مجانبی فراگیر سیستم خطی شده را مورد بررسی قرار دهید. (۲نمره)

چنانچه پایداری سیستم خطی شده را با استفاده از کنترلر بهبود دهیم آیا پایداری سیستم غیرخطی نیز بهبود می‌یابد؟ (۰/۵نمره)

۷- سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x_1} = x_2 + x_1(x_1^2 + x_2^2)$$
$$\dot{x_2} = -x_1 + x_2(x_1^2 + x_2^2)$$

پایداری این سیستم را با استفاده از تابع لیاپانوف $v(x) = x_1^2 + x_2^2$ مورد بررسی قرار دهید. (۲نمره)

۸- سیستم نشان داده شده با معادلات حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad 0]x$$

الف- به ازای چه مقادیری از a امکان طراحی فیدبک حالت برای این سیستم وجود دارد؟ (۱نمره)

ب- چنانچه a=0 باشد، بهره فیدبک حالت را چنان انتخاب کنید که قطب ناپایدار سیستم را به ۱- منتقل کند. (۱/۵نمره)

پ- بهره رویتگر حالت را چنان انتخاب کنید که خطای تخمین حالت با سرعت $\alpha_1 e^{-t} + \alpha_2 e^{-2t}$ به سمت صفر میل کند. (۱/۵نمره)

ت- بلوک دیاگرام سیستم کنترل حالت به همراه رویتگر را رسم کنید. (۱نمره)

موفق باشید