



دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تئوری تخمین

ESTIMATION THEORY

نیم سال اول سال تحصیلی ۰۴-۰۵

- موضوع درس: مبانی، روش ها و کاربردهای تخمین
- تعداد واحد: ۳
- زمان و مکان: روزهای شنبه و دوشنبه ساعت ۱۰-۱۲ کلاس ۱۱۲
- نحوه ارزشیابی:
- کار مستمر (تمرین و آزمون ها): ۱۰ نمره
- آزمون پایانی: ۱۰ نمره
- تماس: s.r.hashemi@gmail.com و تلفن داخلی ۳۳۲۴

سرفصل ها

□ مقدمه

□ تخمین کلاسیک

- تخمین بدون بایاس کمترین واریانس
- حد کرامر-راو
- مدل های خطی
- بهترین تخمینگر خطی بدون بایاس
- تخمین بیشترین درست نمایی
- تخمین حداقل مربعات

□ تخمین بیزین

- تخمین عمومی بیزین
- تخمین خطی بیزین
- فیلتر کالمن

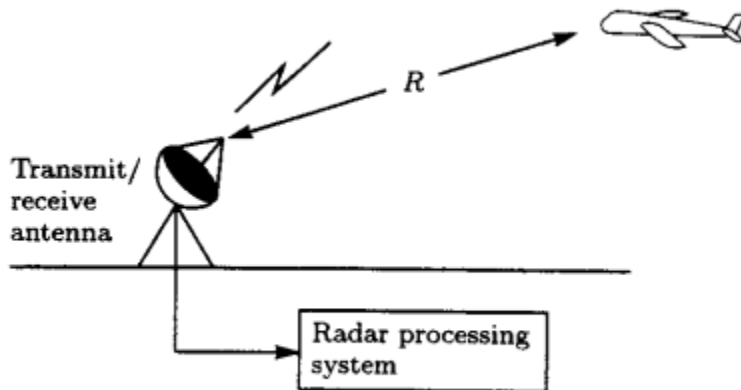
- Kay, Steven M. *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- Van Trees, Harry L. *Detection, estimation, and modulation theory, part I: detection, estimation, and linear modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- Mendel, Jerry M. *Lessons in estimation theory for signal processing, communications, and control*. Pearson Education, 1995.

- دو هدف از پردازش سیگنال های آماری:
 - تخمین (Estimation) ← دانستن مقدار یک پارامتر مجهول
 - آشکارسازی (Detection) ← دانستن حضور یا عدم حضور یک سیگنال

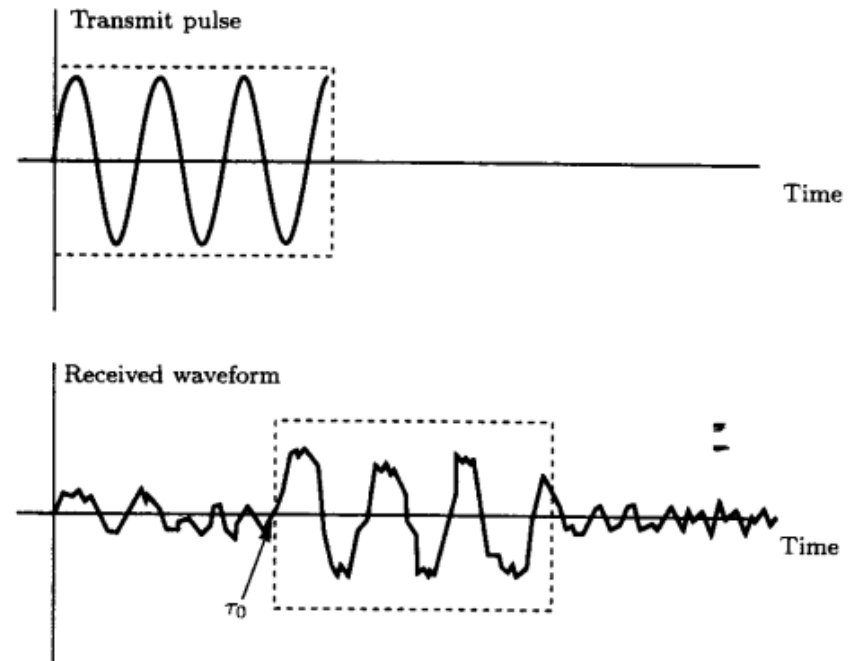
- کاربرد مساله تخمین در شاخه های مختلف پردازش سیگنال:
 - رادار
 - سونار
 - پردازش صوت
 - پردازش تصویر
 - کنترل
 - پردازش سیگنال های زیستی
 - و ...

□ در تمامی این مسائل ما به دنبال تخمین یک یا گروهی از پارامترها با استفاده از داده در دسترس (اندازه گیری ها) هستیم.

□ مثال: اندازه گیری برد در رادار



(a) Radar



(b) Transmit and received waveforms

تعریف تخمین گر

7

$$\hat{\theta} = g(x[0], x[1], \dots, x[N-1])$$

□ مثال: اندازه گیری یک پارامتر ثابت مثلاً ولتاژ یک منبع تغذیه

□ مدل سازی مساله $x[n] = A + w[n]$

□ طراحی تخمینگر $\hat{A} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$

□ یک تخمینگر دیگر $\check{A} = x[0].$

□ چند سوال

■ تخمین ما چقدر به مقدار واقعی نزدیک است؟

■ آیا تخمینگر بهتری هم وجود دارد؟

تعریف تخمین گر

8

□ اگر $w[n]$ را یک نویز (متغیر تصادفی) با میانگین صفر و واریانس معلوم و نمونه های آن را مستقل فرض کنیم:

$$E(\hat{A}) = E\left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\right)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E(x[n])$$

$$= A$$

$$\begin{aligned} E(\check{A}) &= E(x[0]) \\ &= A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(\check{A}) &= \text{var}(x[0]) \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

$$> \text{var}(\hat{A}).$$

$$\text{var}(\hat{A}) = \text{var}\left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\right)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \text{var}(x[n]) = \frac{\sigma^2}{N}$$

تعریف تخمین گر

9

□ چند نتیجه:

□ یک **تخمینگر** یک **متغیر تصادفی** است. بنابراین خصوصیات آن به صورت آماری با استفاده از **تابع چگالی احتمال (PDF)** آن قابل توصیف است.

□ دقت تخمینگر به صورت آماری قابل توصیف است و استفاده از تعداد ناکافی اندازه گیری یا تخمینگر نامناسب منجر به تخمین با خطای بیشتر می شود.

$$p(x[0]; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (x[0] - \theta)^2 \right]$$

